

## RIPASSO DEL CALCOLO LETTERALE

### DEFINIZIONI

Un monomio è il prodotto di numeri e lettere e le lettere hanno come esponente numeri naturali.

### MONOMI IN FORMA STANDARD

Se un monomio ha un solo coefficiente numerico e nella parte letterale le lettere non si ripetono.

### MONOMI SIMILI

Due o più monomi si dicono simili se hanno la stessa parte letterale

### MONOMI OPPOSTI

Due monomi si dicono opposti se sono uguali, ma hanno segno opposto

### GRADO DI UN MONOMIO

Somma degli esponenti della parte letterale

### POLINOMI

Somma di monomi NON SIMILI, scritti in forma standard.

Si dicono:

BINOMIO (somma di 2 monomi)

TRINOMIO (somma di 3 monomi)

QUADRINOMIO (somma di 4 monomi)

### GRADO DI UN POLINOMIO RISPETTO AD UNA LETTERA

È l'esponente maggiore con cui compare quella lettera

### GRADO DI UN POLINOMIO COMPLESSIVO

Si prende quello del monomio con grado maggiore

### POLINOMIO ORDINATO RISPETTO AD UNA LETTERA

Quando gli esponenti di quella lettera sono in ordine dal maggiore al minore oppure dal minore al maggiore.

### POLINOMIO COMPLETO RISPETTO AD UNA LETTERA

Quando contiene tutte le potenze di quella lettera dal grado maggiore al grado 0

### POLINOMIO OMOGENEO

Quando tutti i monomi hanno lo stesso grado.

Es.  $-\frac{3}{5}a^3b^2c$   
coefficiente      parte letterale

Es.  $-3a^2b\left(-\frac{1}{6}\right)abc^2 = \frac{1}{2}a^3b^2c$   
forma standard

Es.  $3ab^2 - 5ab^2$  hanno la stessa parte letterale

Es.  $\frac{1}{2}a^2b - \frac{1}{2}a^2b$  uguali, ma hanno segno opposto

Es.  $-\frac{5}{2}a^3b^4c^2 \rightarrow$  grado = 9

$5 \rightarrow$  grado = 0

$2a \rightarrow$  grado = 1

Es.  $3a^3b + 5ab^2 + 2a^2b^3$

Es.

$a + b$

$a^2 + 2b + b^2$

$a^3 + 2a^2b + 3ab^2 - 5b^3$

Es.  $-4ab^2 + 5a^4bc^2 - ab^3$  grado rispetto ad  $a = 4$   
grado rispetto a  $b = 3$   
grado rispetto a  $c = 2$   
grado rispetto a  $x = 0$

Es.  $-4ab^2 + 5a^4bc^2 - ab^3$  grado complessivo = 7  
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$   
 $3 \quad 7 \quad 4$

Es.  $3a^3b - 2a^2b^2 + 7ab^3$   
è ordinato in modo  $\rightarrow$  in a  
è ordinato in modo  $\rightarrow$  in b  
non è completo né in a né in b  
è omogeneo di grado 4

Es.  $6b^3 + 4ab^2 + 5a^2b - 2a^3$   
è ordinato in modo  $\rightarrow$  in a  
è ordinato in modo  $\rightarrow$  in b  
è completo in a  
è completo in b  
è omogeneo di grado 3

## OPERAZIONI CON I MONOMI

L'insieme dei monomi non è chiuso rispetto all'operazione di somma algebrica. Infatti la somma algebrica non si può sempre fare, perché il risultato non è sempre un monomio.

Si dice quindi che l'addizione e la sottrazione non sono operazioni interne all'insieme dei monomi.

L'insieme dei monomi simili è invece chiuso rispetto alla somma algebrica. L'addizione e la sottrazione sono operazioni interne all'insieme dei monomi simili, cioè la somma o la sottrazione di monomi simili è un monomio simile a quelli dati.

### REGOLE

#### 1) ADDIZIONE (solo quelli simili)

#### 2) SOTTRAZIONE (solo quelli simili)

#### 3) MOLTIPLICAZIONE (si può fare sempre)

Segno → vale la regola dei segni

Coefficiente → prodotto dei coefficienti

Parte letterale → 1° proprietà delle potenze  
 $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

#### 4) DIVISIONE (si può fare sempre purché $n > m$ altrimenti trovo un monomio FRATTO)

Segno → vale la regola dei segni

Coefficiente → quoziente dei coefficienti

Parte letterale → 2° proprietà delle potenze  
 $a^n : a^m = a^{n-m}, n > m$

#### 5) POTENZA (s i può fare sempre)

Segno → vale la regola dei segni

Coefficiente → potenza del coefficienti

Parte letterale → 5° proprietà delle potenze  
 $(a^n)^p = a^{n \cdot p}$

## 6) OPERAZIONI CON I POLINOMI

**ADDIZIONE E SOTTRAZIONE:** regola delle parentesi

- Se davanti alle parentesi c'è il +  
si toglie la parentesi senza cambiare i segni dei monomi dentro la parentesi

- Se davanti alla parentesi c'è il -  
si toglie la parentesi cambiando tutti i segni dei monomi dentro alla parentesi.

Es.  $3a^2 + 5a = +2a^2$

- parte letterale → resta uguale

- coefficiente → somma algebrica dei coefficienti

Es.  $8a^2b - (-4a^2b) = 8a^2b + 4a^2b = 12a^2b$

Si toglie il (-) e la parentesi e si cambia il segno del monomio dentro la parentesi

Es.  $(-\frac{2}{3}a^2b) \cdot (+\frac{1}{4}ab^3) = -\frac{1}{6}a^3b^4$

$(-\frac{9}{5}a^4bc^2) \cdot (-\frac{10}{3}ab^2c^3) = +6a^5b^3c^5$

Es.  $(-\frac{5}{8}a^4b^3c) : (-\frac{1}{4}a^2b^2c) = (-\frac{5}{8}) \cdot (-\frac{4}{1})a^2b = +\frac{5}{2}a^2b$

$(+\frac{7}{15}x^4y^5) : (-\frac{2}{5}xy^3) = (+\frac{7}{15}) \cdot (-\frac{5}{2})x^3y = -\frac{7}{6}x^3y^2$

Es.

$(-\frac{1}{2}a^3b)^4 = +\frac{1}{16}a^{12}b^4$

$(-3a^2b^3)^3 = -27a^6b^9$

$(+\frac{1}{5}x^2y^5)^0 = 1$

Es.  $2a + 3b + (5a - 2b) =$   
 $= 2a + 3b + 5a - 2b =$   
 $= 7a + b$

$4a^2b + 2b^2 - (3a^2b - 5b^2) =$   
 $= 4a^2b + 2b^2 - 3a^2b + 5b^2 =$   
 $= a^2b + 7b^2$

## CALCOLO CON I POLINOMI

### 1) SOMMA DI DUE POLINOMI

- si tolgono le parentesi
- si semplificano e si sommano i monomi simili

### 2) DIFFERENZA DI DUE POLINOMI

- si tolgono le parentesi, ma si cambiano tutti i segni dentro la parentesi preceduta dal segno meno
- si semplificano e si sommano i monomi simili

### 3) PRODOTTO DI UN MONOMIO PER UN POLINOMIO

- si applica la proprietà distributiva
- si moltiplicano i coefficienti semplificando quando è possibile
- si sommano gli esponenti delle lettere uguali

### 4) PRODOTTO DI DUE POLINOMI

- si applica la proprietà distributiva più volte
- si ottengono tanti monomi quanto è il prodotto del numero dei monomi dei due polinomi (es.  $2 \times 3 = 6$ )
- Si semplificano e si sommano i monomi simili

### 5) DIVISIONE DI UN POLINOMIO PER UN MONOMIO

- si applica la proprietà distributiva
- si semplificano i coefficienti in croce quando è possibile
- si sottraggono gli esponenti delle lettere uguali

### 6) PRODOTTI NOTEVOLI

#### a) PRODOTTO DI UNA SOMMA DI DUE MONOMI PER LA LORO DIFFERENZA S.D.

- è uguale al quadrato del 1° monomio meno il quadrato del 2° monomio

#### b) QUADRATO DI BINOMIO Q.B.

- è uguale al quadrato del 1° monomio più il doppio prodotto del 1° monomio per 2° più il quadrato del 2° monomio

#### c) CUBO DI UN BINOMIO C.B.

- è uguale al cubo del 1° monomio più il triplo prodotto del quadrato del 1° monomio per il 2° monomio più il triplo prodotto del 1° monomio per quadrato del 2° più il cubo del 2° monomio

#### d) QUADRATO DI UN TRINOMIO Q. T.

- è uguale al quadrato del 1° monomio, più il quadrato del 2° monomio, più il quadrato del 3° monomio, più il doppio prodotto del 1° monomio per il 2°, più il doppio prodotto del 1° monomio per il 3°, più il doppio prodotto del 2° monomio per il 3°.

## ESEMPI

$$\begin{aligned} \text{Es. } (3ab - 2b^2 + 3a^2) + (a^2 + 2ab + 2b^2) &= \\ &= \underline{3ab} - 2b^2 + 3a^2 + a^2 + \underline{2ab} + 2b^2 = \\ &= 5ab + 4a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Es. } (3ab - 2b^2 + 3a^2) - (a^2 + 2ab + 2b^2) &= \\ &= \underline{3ab} - 2b^2 + 3a^2 - a^2 - \underline{2ab} - 2b^2 = \\ &= ab - 4b^2 + 2a^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Es. } -\frac{2}{3}a^2b^3 \cdot (-6ab^2 + 9a^2b - 3a^2b^2) &= \\ &= -\frac{2}{3}(-6)a^3b^5 - \frac{2}{3}(+9)a^4b^4 - \frac{2}{3}(-3)a^4b^5 = \\ &= +4a^3b^5 - 6a^4b^4 + 2a^4b^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Es. } (3a - 2b)(2a^2 - ab + 3b^2) &= \\ &= 6a^3 - \underline{3a^2b} + 9ab^2 - \underline{4a^2b} + 2ab^2 - 6b^3 = \\ &= 6a^3 - 7a^2b + 11ab^2 - 6b^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Es. } \left(-\frac{2}{3}a^4b^3 + \frac{4}{5}a^3b^4 - 8a^5b^2\right) : \left(-\frac{2}{9}a^2b^2\right) &= \\ &= \left(-\frac{2}{3}\right)\left(-\frac{9}{2}\right)a^2b + \frac{4}{5}\left(-\frac{9}{2}\right)ab^2 - 8\left(-\frac{9}{2}\right)a^3 = \\ &= +3a^2b - \frac{18}{5}ab^2 + 36a^3 \end{aligned}$$

$$\text{Es. } (a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad \begin{array}{l} \text{somma di monomi per la} \\ \text{loro differenza} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Es. } (a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ (a - b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{quadrato di binomio} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Es. } (a + b)^3 &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ (a - b)^3 &= a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \end{aligned} \quad \begin{array}{l} \text{cubo di binomio} \end{array}$$

$$\text{Es. } (a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc \quad \begin{array}{l} \text{quadrato di trinomio} \end{array}$$