Sintesi della teoria

Domande	Risposte	Esempi
Come si indica l'**insieme dei numeri naturali** {0, 1, 2, 3, 4, …} ?	L'insieme dei numeri naturali si indica con la lettera **N.**	
Quali operazioni eseguiamo in **N**?	Addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione.	$2 + 3 = 5$ $6 - 4 = 2$ $6 \cdot 5 = 30$ $10 : 2 = 5$
Operazioni in **N**	Proprietà	Esempi
Addizione	▪ *Interna a* **N** (ovvero la *somma* di due numeri naturali è sempre un numero naturale). ▪ *Commutativa* : $a+b = b+a$. ▪ *Associativa* :$(a+b)+c = a+(b+c)$. ▪ Esiste *l'elemento neutro* ed è lo 0 : $a+0 = 0+a = a$.	 $2 + 3 = 3 + 2$ $(2 + 3) + 5 = 2 + (3 + 5)$ $3 + 0 = 0 + 3 = 3$
Sottrazione	▪ *Non interna a* **N**. ▪ *Non commutativa.* ▪ *Non associativa.* ▪ *Invariantiva*: la differenza di due numeri naturali non cambia se a entrambi si aggiunge o si toglie uno stesso numero : $a - b = (a + c) - (b + c)$ $a - b = (a - c) - (b - c)$.	$5 - 7$ non è eseguibile in **N** $3 - 2 \neq 2 - 3$ $(5 - 3) - 2 \neq 5 - (3 - 2)$ $7 - 4 = (7 + 3) - (4 + 3) = 3$ $7 - 4 = (7 - 3) - (4 - 3) = 3$
Moltiplicazione	▪ *Interna a* **N** (ovvero il *prodotto* di due numeri naturali è sempre un numero naturale). ▪ *Commutativa* : $a \cdot b = b \cdot a$. ▪ *Associativa* : $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. ▪ Esiste *l'elemento neutro* ed è l'1: $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$. ▪ *Legge di annullamento del prodotto* : $a \cdot b = 0$ se e solo se $a = 0$ o $b = 0$. ▪ *Distributiva* rispetto all'addizione e alla sottrazione : a sinistra $a \cdot (b \pm c) = a \cdot b \pm a \cdot c$ e a destra $(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$.	 $2 \cdot 3 = 3 \cdot 2$ $(2 \cdot 3) \cdot 5 = 2 \cdot (3 \cdot 5)$ $2 \cdot 1 = 1 \cdot 2 = 2$ $2 \cdot (10 + 15) = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 15$ $(6 + 7) \cdot 8 = 6 \cdot 8 + 7 \cdot 8$
Divisione	▪ *Non interna a* **N**. ▪ *Non commutativa.* ▪ *Non associativa.* ▪ *Invariantiva*: il quoziente di due numeri naturali non cambia se il dividendo e il divisore vengono moltiplicati o divisi per uno stesso numero diverso da 0 : $a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c)$ $a : b = (a : c) : (b : c)$. ▪ *Distributiva* rispetto all'addizione a destra ma non a sinistra : $(a + b) : c = a : c + b : c$. ▪ ***Non è definita se il divisore è 0.***	$5 : 7$ non è eseguibile in **N** $4 : 2 \neq 2 : 4$ $(12 : 6) : 2 \neq 12 : (6 : 2)$ $99 : 9 = (99 \cdot 3) : (9 \cdot 3)$ $99 : 9 = (99 : 3) : (9 : 3)$ $(99 + 9) : 9 = 99 : 9 + 9 : 9$ $6 : 0$ e $\frac{1000}{0}$ sono espressioni prive di significato

Esercizi

1. Completa le seguenti affermazioni.

a. Fra le quattro operazioni elementari le uniche due che sono interne a **N** sono la ……………… e la ……………… .

b. $103 + 0 =$ ______ e $20 \cdot 1 =$ ______

c. Per la proprietà commutativa dell'addizione $10 + 99 =$ ______ + ______

d. Per la proprietà associativa dell'addizione $(10 + 1) + 100 = 10 + ($_____ + _____$)$

e. Per la proprietà distributiva della moltiplicazione rispetto all'addizione possiamo scrivere che:
_____ · (10 + _____) = 6 · 10 + 6 · 7

f. In base alla proprietà …………………………… della ……………………………………. possiamo scrivere che:
(77 + 7) : 7 = 77 : 7 + 7 : 7

g. In base alla proprietà …………………………… della ……………………………………. possiamo scrivere che:
(5 + 100) – (3 + 100) = 5 - 3

2. Vero o falso?

(10 + 2) – (8 + 2) = 10 – 8	V	F
99 : 9 = (99 : 3) : (9 : 3)	V	F
99 : (9 + 3) = 99 : 9 + 99 : 3	V	F
(99 + 9) : 9 = 99 : 9 + 9 : 9	V	F
11 · (10 – 10) = 11	V	F
0 : (10 + 2) è una scrittura priva di significato	V	F
9 : 0 è una scrittura priva di significato	V	F
(10 + 15) · 5 = 5 · 15 + 10 · 5	V	F

3. Qual è il risultato dell'espressione 10 : (5 · 0) ?
A 0 B 1 C 2 D Non definito

4. Qual è il risultato dell'espressione (5 · 0) : 10 ?
A 0 B 1 C 2 D Non definito

5. Qual è il risultato dell'espressione (10 : 5) · 0 ?
A 0 B 1 C 2 D Non definito

6. Qual è il risultato dell'espressione (24 : 6) : 2 + 24 : (6 : 2) ?
A 4 B 10 C 15 D Non appartiene a **N**

Errori (tipici) da evitare

- 5 : 0 = 0 oppure 5 : 0 = 5 – **FALSO**. Come abbiamo detto, non è **mai** possibile dividere un numero per 0. In questo caso, infatti, l'operazione di divisione **non è definita**.
- 0 : 3 non è definita oppure 0 : 3 = 3 – **FALSO**. Il numero 0 è divisibile per qualsiasi altro numero (diverso da 0), e il risultato della divisione è sempre 0. Dunque, in particolare, **0 : 3 = 0**.

Note ed appunti

Sintesi della teoria

Domande	Risposte	Esempi
Dati due numeri naturali *a* e *b*, quando *a* si dice **multiplo** di *b*?	Quando esiste un numero naturale *q* tale che $a = q \cdot b$.	$20 = 5 \cdot 4$, quindi 20 è multiplo di 4.
In quali modi **equivalenti** si può esprimere la frase "*a* è multiplo di *b*"?	"*b* è un **divisore** di *a*"; "*b* divide *a*"; "*a* è divisibile per *b*";	"20 è multiplo di 4" equivale a "4 è un divisore di 20", oppure a "4 divide 20" oppure a "20 è divisibile per 4".
Quando un numero naturale si dice **primo**?	Quando è divisibile soltanto per se stesso e l'unità. Il numero 1 non è considerato numero primo.	➢ 5 è primo. ➢ 6 non è primo (è divisibile, oltre che per se stesso e l'unità, anche per 2 e per 3).
Quali sono i principali **criteri di divisibilità**?	Un numero è divisibile per: ➢ 2 se termina con una cifra pari. ➢ 3 o 9 se lo è la somma delle sue cifre. ➢ 5 se termina per 0 o per 5 ➢ 4 o 25 se lo è il numero formato dalle ultime sue due cifre o se termina con due zeri. ➢ 11 se lo è la differenza tra la somma delle cifre di posto dispari e la somma delle cifre di posto pari, contate a partire da destra.	➢ 134 è divisibile per 2. ➢ 213 è divisibile per 3 (perché 2+1+3=6 è divisibile per 3). ➢ 125 e 120 sono divisibili per 5. ➢ 1316 è divisibile per 4 (perché lo è 16). ➢ 375 è divisibile per 25 (perché lo è 75). ➢ 495 è divisibile per 11 perché lo è 5+4-9=0 (0 è divisibile per qualsiasi numero naturale diverso da zero, in particolare è divisibile per 11).
Che cos'è il **massimo comune divisore** tra due o più numeri naturali diversi da zero, e come si calcola?	È il più grande fra i loro divisori comuni. Lo si può calcolare scomponendo i numeri dati in fattori primi e considerando il prodotto dei *fattori primi comuni* a tutti i numeri assegnati, presi una sola volta, ciascuno con il *minimo esponente* con cui figura nelle scomposizioni.	$12 = 2^2 \cdot 3$, $30 = 2 \cdot 5 \cdot 3$, $80 = 2^4 \cdot 5$ Osserviamo che **2** è l'unico fattore primo comune a tutti e tre i numeri dati e che l'esponente minimo con cui compare nella scomposizione è 1. Quindi M.C.D.(12, 30, 80) = 2.
Quando due numeri si dicono **primi fra loro** o **coprimi**?	Quando il loro massimo comune divisore è 1.	➢ 12 e 35 sono primi tra loro ➢ 12 e 15 non sono primi tra loro (perché il loro massimo comune divisore è 3).
Che cos'è il **minimo comune multiplo** tra due o più numeri naturali diversi da zero, e come si calcola?	È il più piccolo fra i multipli comuni diversi da 0. Lo si può calcolare scomponendo i numeri dati in fattori primi e considerando il prodotto dei *fattori primi comuni e non comuni* a tutti i numeri assegnati, presi una sola volta, ciascuno con il *massimo esponente* con cui figura nelle scomposizioni.	$12 = 2^2 \cdot 3$, $90 = 2 \cdot 5 \cdot 3^2$, $40 = 2^3 \cdot 5$ I fattori comuni e non comuni sono **2**, **3** e **5**, e i massimi esponenti con cui questi tre numeri compaiono nelle scomposizioni sono rispettivamente **3**, **2** e **1**. Quindi m.c.m.(12, 90, 40) = $2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$.

Esercizi

1. Completa le seguenti affermazioni.
  - **a.** $35 = 7 \cdot 5$, quindi 7 e 5 sono ……………… di 35.
  - **b.** $12 = 2^2 \cdot 3$, quindi 12 è divisibile, oltre che per 1 e per se stesso, per 2, …., 3, …..
  - **c.** 10 è multiplo di …. e di …..
  - **d.** $45 = 9 \cdot 5$, quindi 45 è ……………….. di 9 e di 5.

2. Vero o falso?

Ogni numero naturale diverso da zero è divisibile per se stesso	V	F
Ogni numero naturale è divisibile per 1	V	F
Ogni numero naturale è divisibile per 0	V	F
0 è divisibile per ogni numero naturale diverso da zero	V	F

3. Quale tra i seguenti numeri è un *divisore* di 1216?
A 3   B 4   C 5   D 9

4. Quale tra i seguenti numeri è un *divisore* di 2121?
A 3   B 4   C 5   D 9

5. Quale tra i seguenti numeri è un *multiplo* di 11?
A 451 B 452 C 453 D 454

6. Quale tra i seguenti numeri è un *multiplo* di 9?
A 951 B 457 C 963 D 881

7. Quale tra i seguenti numeri è un *primo*?
A 39 B 49 C 59 D 69

8. Quale delle seguenti è una coppia di *numeri primi fra loro*?
A 21 e 51 B 12 e 22 C 49 e 35 D 51 e 61

9. Scomponi in fattori primi i seguenti numeri naturali:

135	
108	
132	
180	
1100	
1111	

10. Determina il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo dei seguenti gruppi di numeri:

15, 16, 28	
125, 20, 30	
81, 51, 21	
35, 49, 70	
10, 110, 1100	

Errori (tipici) da evitare

- Dal fatto che $12 = 3 \cdot 4$, segue che 3 è multiplo di 12 – **FALSO**. Fate attenzione a non confondere la parola multiplo con la parola divisore. Infatti 12 è multiplo di 3 perché esiste un numero naturale q tale che $12 = 3 \cdot q$. Questo equivale a dire che 3 è **divisore** di 12.

Note ed appunti

Sintesi della teoria

Domande	Risposte	Esempi
Quali numeri si dicono **interi**?	I numeri ottenuti attribuendo a ciascun numero naturale un segno + o un segno -.	Sono numeri interi: -7; +1; 0; -10; +100.
Come si indica l'**insieme dei numeri interi**?	L'insieme dei numeri interi si indica con la lettera **Z**.	
Quando due numeri si dicono **concordi**?	Quando hanno lo *stesso segno.*	-4 e -3 sono concordi +2 e +5 sono concordi
Quando due numeri si dicono **discordi**?	Quando hanno *segno diverso.*	-2 e +3 sono discordi
Che cos'è il **valore assoluto** di un numero intero?	E' il numero stesso considerato *senza segno.* Il valore assoluto di un numero x si indica con il simbolo $\lvert x \rvert$ e rappresenta la distanza dall'origine del punto che lo rappresenta sulla retta.	$\lvert -3 \rvert = 3$ $\lvert +4 \rvert = 4$
Quando due numeri si dicono **opposti**?	Quando hanno lo stesso valore assoluto e segno contrario.	-2 e +2 sono opposti +5 e -5 sono opposti
Operazioni in **Z**		
Addizione	La somma di due interi *concordi* è un intero che ha: ▪ *valore assoluto* uguale alla *somma* dei valori assoluti degli addendi; ▪ *segno* uguale a quello dei due addendi. La somma di due interi *discordi* è un intero che ha: ▪ *valore assoluto* uguale alla *differenza* tra il valore assoluto maggiore e quello minore dei due addendi; ▪ *segno* uguale a quello dell'addendo che ha valore assoluto maggiore.	$-4 + (-5) = -(4 + 5)$ $(+2) + (-5) = -(5 - 2) = -2$
Sottrazione	La differenza di due numeri interi a e b è data dalla somma di a con *l'opposto* di b.	$2 - 3 = 2 + (-3) = -1$ $2 - (-3) = 2 + (+3) = 5$ $(-2) - 3 = (-2) + (-3) = -5$ $(-2) - (-3) = (-2) + (+3) = +1$
Moltiplicazione	Il prodotto di due numeri interi è un numero intero che ha: ▪ come *valore assoluto* il *prodotto dei valori assoluti* dei fattori; ▪ segno + se i numeri sono *concordi*, segno – se i numeri sono *discordi.* Regola dei segni: **(+) · (+) = +** **(+) · (-) = -** **(-) · (+) = -** **(-) · (-) = +**	$(+4) \cdot (-3) = -(4 \cdot 3) = -12$ $(-4) \cdot (-5) = +(4 \cdot 5) = +20$
Divisione	Il quoziente di due interi è eseguibile in **Z** solo se il dividendo è multiplo del divisore; in tal caso è il numero intero che ha: ▪ come *valore assoluto* il *quoziente dei valori assoluti* dei due numeri; ▪ segno + se i numeri sono *concordi*, segno – se i numeri sono *discordi.* La regola dei segni è la stessa.	$(+12) : (+3) = (12 : 3) = +4$ $(+4) : (-2) = -(4 : 2) = -2$
NOTA: Nell'insieme **Z**, a differenza di quello che succede nell'insieme **N,** non sono **interne** soltanto le operazioni di addizione e di moltiplicazione, ma lo è anche la sottrazione.		

Esercizi

1. Completa le seguenti affermazioni.
- **a.** Il valore assoluto di -7 è …….
- **b.** I due numeri -10 e …… sono opposti.
- **c.** I due numeri +3 e -2 sono …………..……
- **d.** I due numeri -4 e …… sono concordi.
- **e.** I due numeri +9 e …… sono discordi.
- **f.** I due numeri -10 e …… sono diversi ma hanno lo stesso valore assoluto.

g. Fra le quattro operazioni elementari, l'unica che non è interna all'insieme **Z** è la ………………….

2. Vero o falso?

$\lvert -3 \rvert = +3$	V	F
$\lvert +5 \rvert = -5$	V	F

3. Svolgi i seguenti calcoli:

A	(-16) : (+2) = ________	(-8) · (+5) = ________	(-8) + (-5) = ________
B	(-10) – (-2) = ________	(-100) : (-10) = ________	(-10) + (-5) = ________
C	(-10) · (-2) = ________	(-6) – (+3) = ________	(+4) – (-7) = ________
D	(+5) – (+7) = ________	(+7) · (+5) = ________	(+50) : (-5) = ________

4. Completa le seguenti uguaglianze in modo che risultino corrette:

A	(-35) : (_____) = -5	(+3) · (_____) = -15	(-8)(-5) = _____
B	[(-10)(+4)] : (-2) = (-_____) : (-2) = _____	(-100) : (-10) = _____	(-50) : [(-10) : (-5)] = (-50) : (_____) = _____
C	(-2)(-3)(-4) = (+_____)(-4)	(-6) : (+3) = _____	[(-7)(_____)] : (-3) = (+28) : (-3) = _____
D	(-2)(-3)(_____) = (-2)(+12) = _____	(-2) · (_____) = +6	[(-50) : (_____)] : (-5) = (+5) : (-5) = _____

Note ed appunti

Sintesi della teoria

Domande	Risposte	Esempi
Che cos'è una **frazione**? Quando una frazione si dice **ridotta ai minimi termini**?	Una frazione è il rapporto tra due numeri naturali in cui il denominatore è diverso da 0. Si dice ridotta ai minimi termini quando il massimo comune divisore fra il numeratore ed il denominatore è 1.	$\frac{5}{4}$ è una frazione ridotta ai minimi termini, mentre $\frac{12}{15}$ non lo è.
Come si possono **confrontare** due frazioni?	$\frac{a}{b}<\frac{c}{d}$ $\quad\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $\quad\frac{a}{b}>\frac{c}{d}$ rispettivamente a seconda che: $ad < bc$ $\quad ad = bc$ $\quad ad > bc$	$\frac{5}{4}>\frac{8}{7}$ perché $5 \cdot 7 > 8 \cdot 4$ $\frac{3}{4}<\frac{4}{5}$ perché $3 \cdot 5 < 4 \cdot 4$
Come si può esprimere una frazione in **forma decimale**?	Eseguendo la divisione fra numeratore e denominatore.	$\frac{7}{4}=7:4=1{,}75$
Come si può trasformare un numero **decimale finito** in una **frazione**?	Si scrive la frazione che ha: ▪ al numeratore il numero scritto senza la virgola ▪ al denominatore un 1 seguito da tanti zeri quante sono le cifre dopo la virgola.	$1{,}\underline{25}=\frac{125}{1\underline{00}}=\frac{5}{4}$ $5{,}\underline{4}=\frac{54}{1\underline{0}}=\frac{27}{5}$
Come si può trasformare un numero **decimale periodico** in una **frazione**?	Si scrive la frazione che ha: ▪ al numeratore la differenza fra il numero scritto senza la virgola e la parte che viene prima del periodo ▪ al denominatore tanti 9 quante sono le cifre del periodo, seguiti da tanti zeri quante sono le cifre dell'antiperiodo (ovvero la parte compresa tra la virgola e il periodo).	$1{,}\overline{3}=\frac{13-1}{9}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$ $0{,}10\overline{5}=\frac{105-10}{900}=\frac{95}{900}=\frac{19}{180}$
Che cos'è un numero **razionale assoluto**?	Si chiama numero razionale assoluto ogni numero che si può esprimere tramite una frazione.	$\frac{5}{4};\ 0{,}25;\ 5{,}\overline{4};\ \frac{2}{3}$
Che cos'è un numero **razionale**?	Si chiama numero razionale ogni numero che si ottiene facendo precedere dal segno + o dal segno – un numero razionale assoluto. Il rapporto tra due numeri **interi** in cui il denominatore è diverso da 0, **è sempre un numero razionale**. Si tratta del numero razionale assoluto che ▪ è preceduto dal segno + se numeratore e denominatore sono concordi ▪ è preceduto dal segno – se numeratore e denominatore sono discordi ▪ ha al numeratore il valore assoluto del numeratore e al denominatore il valore assoluto del denominatore.	$+\frac{5}{4};\ -0{,}25;\ +5{,}\overline{4};\ -\frac{2}{3}$ $\frac{-2}{5}=-\frac{2}{5};$ $\frac{2}{-5}=-\frac{2}{5};$ $\frac{-2}{-5}=+\frac{2}{5};$
Come si indica l'**insieme dei numeri razionali** ?	L'insieme dei numeri razionali si indica con la lettera **Q.**	
Quando due numeri razionali si dicono **concordi**? E **discordi**?	Si dicono *concordi* quando hanno lo stesso segno e *discordi* in caso contrario.	$+\frac{5}{4}$ e $+0{,}25$ sono concordi $+5{,}\overline{4}$ e $-\frac{2}{3}$ sono discordi
Che cos'è il **reciproco** o **inverso** di un numero razionale?	È il numero che, moltiplicato per il numero originario, dà come risultato 1. Se il numero razionale è espresso nella forma $\pm\frac{a}{b}$ il suo reciproco è $\pm\frac{b}{a}$. Non esiste il reciproco dello 0.	$+\frac{5}{4} \xrightarrow{\text{reciproco}} +\frac{4}{5}$ $-5 \xrightarrow{\text{reciproco}} -\frac{1}{5}$
Operazioni in **Q**	Proprietà	Esempi
Addizione e sottrazione fra numeri razionali assoluti espressi in forma di frazione.	Per sommare fra loro due frazioni è necessario portarle allo stesso denominatore; come denominatore comune è opportuno scegliere il m.c.m. dei denominatori:	$\frac{5}{12}-\frac{4}{15}=\frac{(60:12)\cdot 5-(60:15)\cdot 4}{60}=$ $=\frac{25-16}{60}=\frac{9}{60}=\frac{3}{20}$

	$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{(\text{m.c.m.}(b,d):b)\cdot a \pm (\text{m.c.m.}(b,d):d)\cdot c}{\text{m.c.m.}(b,d)}$	
Moltiplicazione	Per moltiplicare fra loro due frazioni è sufficiente moltiplicare fra loro i numeratori i denominatori: $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$.	$\left(-\frac{3}{8}\right)\cdot\left(-\frac{4}{9}\right)=+\left(\frac{3}{8}\cdot\frac{4}{9}\right)$ Se possibile, semplifica in croce $=+\left(\frac{\cancel{3}^1}{{}_2\cancel{8}}\cdot\frac{\cancel{4}^1}{\cancel{9}_3}\right)=+\frac{1}{6}$
Divisione	Per dividere una frazione per un'altra (diversa da zero) è sufficiente invertire il divisore e moltiplicare: $\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}$	$\left(-\frac{6}{5}\right):\left(+\frac{9}{5}\right)=\left(-\frac{6}{5}\right)\cdot\left(+\frac{5}{9}\right)$ Se possibile, semplifica in croce $=-\left(\frac{\cancel{6}^2}{{}_1\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{5}^1}{\cancel{9}_3}\right)=+\frac{2}{3}$

Esercizi

1. Vero o falso?

La somma di due numeri razionali può non essere razionale	V	F
Nell'insieme **Q** la sottrazione è un'operazione interna	V	F
Nell'insieme **Q** la divisione è associativa	V	F
Nell'insieme **Q** la moltiplicazione è associativa	V	F
Se il prodotto di due numeri razionali è 0, allora uno è il reciproco dell'altro.	V	F
Se il prodotto di due numeri razionali è 1, allora uno è l'opposto dell'altro.	V	F

Riduci ai minimi termini le seguenti frazioni:

A	$\frac{99}{12}=$	$\frac{25}{200}=$	$\frac{70}{21}=$
B	$\frac{35}{20}=$	$\frac{66}{102}=$	$\frac{45}{120}=$

2. Disponi le seguenti frazioni in ordine crescente: $\frac{5}{4},\frac{3}{4},\frac{6}{7},\frac{6}{5},\frac{8}{9}$

3. Completa inserendo il simbolo opportuno (<, >, =):

$\frac{3}{5}$ .... $\frac{6}{7}$	$\frac{4}{5}$ .... $\frac{6}{11}$	$\frac{2}{22}$ .... $\frac{3}{33}$

4. Esprimi i seguenti decimali tramite una frazione ridotta ai minimi termini:

A	$0{,}2=$	$1{,}0\overline{5}=$	$3{,}4=$
B	$1{,}0\overline{20}=$	$0{,}0015=$	$0{,}\overline{63}=$

5. Esegui le seguenti operazioni:

A	$\frac{1}{3}-\frac{4}{5}=$	$\frac{5}{4}-\frac{7}{6}=$	$-\frac{1}{2}+\frac{3}{10}=$
B	$\left(-\frac{5}{9}\right)\cdot\left(+\frac{3}{4}\right)=$	$\left(-\frac{6}{5}\right)\cdot\left(-\frac{15}{4}\right)=$	$(-1{,}2)\cdot\left(-\frac{5}{3}\right)=$
C	$\left(-\frac{5}{9}\right):\left(+\frac{25}{12}\right)=$	$\left(-\frac{100}{3}\right):\left(-\frac{15}{6}\right)=$	$(-1{,}25):\left(-\frac{3}{4}\right)=$
D	$0{,}2+\left(-\frac{3}{2}\right)\cdot\left(-\frac{8}{5}\right)=$	$\frac{1}{3}-(-1{,}5)\cdot\left(-0{,}\overline{5}\right)=$	$0{,}25-\left(+\frac{3}{4}\right):\left(-\frac{9}{20}\right)=$

Sintesi della teoria

Definizione	In simboli	Esempi
Potenza ad esponente naturale maggiore di 1	$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ volte}}$ con n naturale e $n > 1$	$(-3)^3 = (-3)(-3)(-3) = -27$ $\left(-\frac{3}{2}\right)^2 = \left(-\frac{3}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right) = +\frac{9}{4}$
Potenza ad esponente uguale a 1	$a^1 = a$	$7^1 = 7 \quad (-5)^1 = -5 \quad \left(+\frac{3}{4}\right)^1 = +\frac{3}{4}$
Potenza ad esponente uguale a 0	$a^0 = 1$ con $a \neq 0$	$7^0 = 1 \quad (-5)^0 = 1 \quad \left(+\frac{3}{4}\right)^0 = 1$
Potenza ad esponente intero negativo	$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$ con $a \neq 0$, n naturale **ATTENZIONE**: 0^0, 0^{-n} non sono definiti.	$(+3)^{-2} \xrightarrow{\text{esponente opposto e base reciproca}} \left(+\frac{1}{3}\right)^2$
Proprietà delle potenze		
Prodotto di potenze aventi stessa base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$2^{12} \cdot 2^8 = 2^{12+8} = 2^{20}$
Quoziente di potenze aventi stessa base	$a^m : a^n = a^{m-n}$	$2^{12} : 2^8 = 2^{12-8} = 2^4$
Potenza di potenza	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	$(2^3)^8 = 2^{3 \cdot 8} = 2^{24}$
Potenza di un prodotto	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(3 \cdot 2)^8 = 3^8 \cdot 2^8$
Potenza di un quoziente	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad (a : b)^n = a^n : b^n$	$(3 : 2)^8 = 3^8 : 2^8 = \left(\frac{3}{2}\right)^8$

Esercizi

1. Completa calcolando, se esistono, le seguenti potenze:

A	$\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$	$(-2)^0 =$	$\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{6}\right)^{-1} =$
B	$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} =$	$(3-3)^0 =$	$\left(-\frac{1}{3}\right)^3 =$

2. Calcola applicando, ovunque possibile, le proprietà delle potenze:

A	$5^6 \cdot 5^7 =$	$(10^{10})^{10} =$	$10^{30} : 10^{27} =$
B	$\frac{2^{10} \cdot 2^7}{2^{15}} =$	$\frac{2^3 \cdot (2^4)^2}{(2^2)^5} =$	$\frac{(10^5)^3 \cdot 10^2}{(10^2)^9} =$
C	$\left[(0,1)^{-2}\right]^2 =$	$7^{13} : 7^{13} =$	$(-3)^3 \cdot (-4)^3 =$

3. Stabilisci se le seguenti uguaglianze sono corrette e, in caso contrario, correggile:

Uguaglianza	È corretta? (SÌ o NO)	Eventuale correzione
$5^3 \cdot 5^4 = 5^{3 \cdot 4} = 5^{12}$		
$5^{16} : 5^4 = 5^{16:4} = 5^4$		
$\left[(10)^2\right]^{10} = \left[(10)^{10}\right]^2$		
$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{13}{36}$		
$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} + \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 8 + 27 = 35$		

Errori (tipici) da evitare

- $\boxed{-2^4 = (-2)^4}$ – **FALSO**. In generale, $-a^n \neq (-a)^n$. Infatti $-a^n = -a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ con base a, mentre $(-a)^n = (-a) \cdot (-a) \cdot \ldots \cdot (-a)$ con base $-a$. In particolare, $-2^4 = -16$ mentre $(-2)^4 = 16$. In effetti, l'uguaglianza vale soltanto se n è dispari.
- $\boxed{(1 + 2)^4 = 1^4 + 2^4}$ – **FALSO**. In generale, $(a \pm b)^n \neq a^n \pm b^n$. In particolare, $(1 + 2)^4 = 3^4 = +81$ mentre $1^4 + 2^4 = 1 + 16 = 17$.
- $\boxed{\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3}$ – **FALSO**. Elevando ad un esponente negativo, il segno della base resta lo stesso ma se ne prede il reciproco. È il segno dell'esponente che cambia. In particolare $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$.
- $\boxed{2^3 \cdot 2^4 = 2^{3 \cdot 4} = 2^{12}}$ – **FALSO**. Moltiplicando due potenze con la stessa base, gli esponenti si sommano e non si moltiplicano. In particolare $2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$.
- $\boxed{\left(2^3\right)^2 = 2^{3^2} = 2^9}$ – **FALSO**. Per calcolare un potenza che ha come base un'altra potenza, bisogna prendere la base di questa e moltiplicare gli esponenti delle due. In particolare $\left(2^3\right)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6 = 64$.
- $\boxed{3^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 = \left({}^1\cancel{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{{}^2\cancel{6}}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}}$ – **FALSO**. La base del prodotto di potenze è uguale al prodotto delle basi solo se gli esponenti sono uguali. In particolare, $3^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^5 = 3^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = \left({}^1\cancel{3} \cdot \frac{1}{{}^2\cancel{6}}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right) = \frac{1}{16 \cdot 6} = \frac{1}{96}$.

Sintesi della teoria

Domande	Risposte	Esempi
Quali sono le **priorità** nello svolgimento delle operazioni in una espressione numerica?	▪ Se non ci sono parentesi, prima si calcolano le potenze, poi si eseguono le moltiplicazioni e le divisioni nell'ordine in cui compaiono, infine le addizioni e le sottrazioni. ▪ Se ci sono parentesi, si eseguono prima le operazioni all'interno delle parentesi tonde, poi quelle all'interno delle quadre, infine quelle all'interno delle graffe.	$\left[\left(2+\frac{1}{2}\right)^{-2}\cdot\left(3-\frac{3}{2}\right)^{3}\right]^{2}:\left(1-\frac{5}{8}\right)^{2}=$ $=\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2}\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^{3}\right]^{2}:\left(\frac{3}{8}\right)^{2}=$ $=\left[\left(\frac{3}{2}\right)^{-2+3}\right]^{2}:\frac{3^2}{8^2}=\left(\frac{3}{2}\right)^{1\cdot 2}\cdot\frac{8^2}{3^2}=\frac{3^2}{2^2}\cdot\frac{8^2}{3^2}=$ $=\left(\frac{8}{2}\right)^{2}=4^2=16$
Come si toglie una parentesi non elevata a potenza?	▪ Se la parentesi è preceduta da un <u>segno +</u> la si può eliminare, lasciando inalterati i segni di tutti i termini dentro la parentesi. ▪ Se la parentesi è preceduta dal <u>segno –</u> la si può eliminare, cambiando i segni di **tutti** i termini dentro la parentesi.	$6+(-3+5-7)=6-3+5-7$ $6-(-3+5-7)=6+3-5+7$

Esercizi

Semplifica le seguenti espressioni e scrivi il risultato nella colonna a fianco.

1	$[3-(-2)(-3)+(-10):(-2)-(4-8)]:[-8+(-2+4)]$	
2	$\{-5-[3-(-2)(-3)+(-2)(-2)]\}:(-3)-(-6)$	
3	$\left[\left(-\frac{2}{3}\right):\left(-\frac{8}{15}\right)+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}\right]\left(-\frac{3}{14}\right)+\frac{7}{8}$	
4	$\left[\left(-\frac{5}{7}\right):\left(-\frac{30}{21}\right)+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right]:\left[\left(-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\right)-\left(2-\frac{3}{2}-\frac{1}{6}\right)\right]$	
5	$\left[\left(2^{12}:2^{10}\right)^{4}:\left(2^{3}\right)^{2}\right]^{2}-2^{0}$	
6	$\left\{\left[\left(10^{3}\cdot 10^{4}\right)^{-2}\cdot\left(10^{2}\right)^{10}\right]:10^{5}\right\}^{-1}$	
7	$\frac{2^{-1}+3^{-1}}{2^{-1}-3^{-1}}$	
8	$\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}\right]^{2}:\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^{11}:\left(-\frac{2}{3}\right)^{5}\right]+\left\{\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{6}\left(-\frac{1}{2}\right)^{5}\right]:\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{4}\right]^{2}\right\}^{-1}$	
9	$\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{7}\right]^{2}:\left[\left(-\frac{1}{2}\right)^{2}\right]^{6}+\left[\left(\frac{1}{4}\right)^{4}\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{10}\right]\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^{-12}+2^{-1}$	

Sintesi della teoria

Domande	Risposte	Esempi
Che cos'è un **monomio**?	Un'espressione algebrica che si può scrivere come *prodotto* di numeri e lettere, queste ultime elevate a esponenti non negativi.	Sono monomi: $2a^3b$ $4abc$ $-\frac{3}{2}x^2yz$
Quando un monomio si dice in **forma normale**?	Quando compare un solo fattore numerico e ogni lettera compare una sola volta.	Il monomio $2a^3b$ è in forma normale. Il monomio $2aaab$ non è in forma normale perché la lettera a compare tre volte.
Che cosa sono il **coefficiente** e la **parte letterale** di un monomio?	Dato un monomio in forma normale, il fattore numerico è il *coefficiente* del monomio; il complesso dei fattori letterali è la *parte letterale*.	$2a^3b$: ➢ 2 è il coefficiente ➢ a^3b è la parte letterale
Che cos'è il **grado** di un monomio?	E' la *somma* degli *esponenti* delle lettere che compaiono nel monomio.	Il monomio $-4xy^2z^3$ è equivalente al monomio $-4x^1y^2z^3$ il cui grado è: 1+2+3 = 6
Quando due monomi si dicono **simili**?	Quando, ridotti in forma normale, hanno la stessa parte letterale.	Sono simili: $-4xy^2$ e $\frac{3}{2}xy^2$
Operazioni fra monomi	Procedimento	Esempi
Addizione e sottrazione	▪ Si possono semplificare solo somme in cui gli addendi sono *monomi simili.* ▪ La somma (differenza) di due monomi *simili* è un monomio *simile*, avente come coefficiente la *somma* (differenza) dei coefficienti.	$2x+3x=(2+3)x=5x$ $3a^2b-4a^2b=(3-4)a^2b=-1a^2b$
Moltiplicazione	▪ Si *moltiplicano* i coefficienti e per la parte letterale si *sommano* gli esponenti delle lettere uguali (ricorda il prodotto di potenze con stessa base).	$(2xy^3)\cdot(-3x^2y^2)=(2)\cdot(-3)x^{1+2}y^{3+2}=-6x^3y^5$
Divisione	▪ Si *dividono* i coefficienti e si *sottraggono* gli esponenti delle lettere uguali (ricorda il quoziente di potenze con stessa base). ▪ La divisione dà luogo ad un monomio solo se tutte le lettere del divisore compaiono anche nel dividendo con esponente maggiore o uguale.	$(8x^4y^3z):(-4x^2y^2)=-\frac{8}{4}x^{4-2}y^{3-2}z^{1-0}=-4x^2yz$
Potenza	▪ Per elevare un monomio ad *n* si **eleva** il coefficiente a *n* e si **moltiplicano** gli esponenti delle lettere per *n* (ricorda la potenza di una potenza).	$(2xy^3)^4=2^4x^{1\cdot4}y^{3\cdot4}=16x^4y^{12}$

NOTA: Le regole per il calcolo del **M.C.D.** e del **m.c.m.** fra monomi sono del tutto analoghe a quelle utilizzate fra numeri. Conveniamo di scegliere come coefficiente del M.C.D. (rispettivamente, m.c.m.) il M.C.D. (rispettivamente, m.c.m.) fra i valori assoluti dei coefficienti, se questi sono interi, 1 in caso diverso.

Esercizi

1. Completa le seguenti affermazioni.

a. L'espressione $4x+3y$ non è un monomio perché…………………………………………………………….….

b. L'espressione $4xy^{-1}$ non è un monomio perché……………………………………………………………….…….

c. Il monomio $-a^3b$ ha coefficiente ……………………. e grado ……………………….

2. Vero o falso?

Il coefficiente del monomio x^2y è nullo	V	F
Il monomio $3x^4y^2$ ha grado 4	V	F

I due monomi $2a^3b$ e $8ba^3$ sono simili	V	F
L'espressione $2^{-1}x^3y^2$ non è un monomio	V	F

3. Esegui le seguenti operazioni:

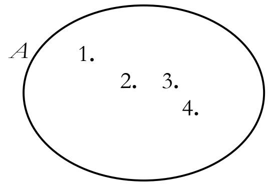
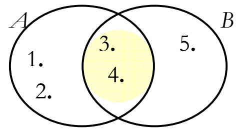
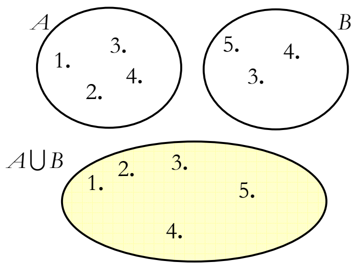
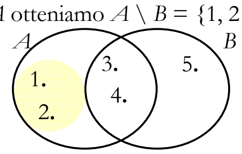
A	$3a-2a=$	$2x+3y=$	$\frac{3}{2}a-2a=$
B	$-\frac{1}{5}xy+\frac{3}{10}xy=$	$(+6x^4y^2):(-2xy)=$	$(-10xyz^3):(-5xz)=$
C	$\left(-\frac{1}{5}ab\right)\left(\frac{10}{3}ab^3c\right)=$	$\left(-\frac{3}{2}xy^8z^4\right):\left(-\frac{9}{4}xy^5z\right)=$	$\left(-\frac{1}{2}abc^2\right)^3=$
D	$(+2x^2y^3)(-2xy)=$	$\left(-\frac{1}{4}a^3bc^4\right)^2=$	$(-4x^2yz^3)(-3xz)=$

4. Semplifica le seguenti espressioni e scrivi il risultato a fianco:

(a)	$\left[\left(-\frac{3}{4}a^2x\right)\cdot\left(-\frac{10}{9}ax^2\right):\left(-3ax-\frac{1}{3}ax\right)+\frac{1}{2}a^2x^2-\left(\frac{3}{2}ax\right)^2\right]^2:(2ax)^3$	
(b)	$\left[\left(3b-\frac{1}{2}b\right)^2\cdot\left(\frac{5}{2}b\right)^3:\left(2b+\frac{1}{2}b\right)^4\right]^2$	
(c)	$\left\{\left[a^2+\left(-\frac{1}{2}a\right)^2-\frac{3}{4}(-a)^2\right]^2:\left[2a^2+\frac{3}{2}a^3x:\left(-\frac{3}{4}ax\right)+a^2\right]\right\}^2-\left(-\frac{1}{2}a\right)^2\cdot(-a^2)$	
(d)	$(2ab+3ab)^2-\left(\frac{1}{2}a^2b^2+2a^2b^2\right)+(-2ab)^2$	
(e)	$\left[\left(\frac{1}{3}x^2y\right)\cdot\left(-\frac{15}{4}y\right)+\left(\frac{7}{9}x\right)\cdot(3xy^2)\right]^2:\left(-\frac{1}{3}xy\right)^3+\left(-\frac{5}{3}xy^2-\frac{7}{2}xy^2+\frac{20}{3}xy^2\right)^3:\left[(-3xy^2)^2\cdot(2y)\right]$	
(f)	$(-ac)\cdot\left(\frac{3}{2}b^2c\right)+\left(\frac{5}{4}a^2b^6c^4\right):\left(\frac{3}{2}ab^4c^2\right)-\left(-\frac{5}{8}ab\right)\cdot\left(-\frac{4}{15}bc^2\right)-\left(\frac{7}{4}ab^2c^3-\frac{5}{4}ab^2c^3+ab^2c^3\right):(-c)$	
(g)	$a^2b\cdot\frac{1}{9}a^2b^3+\frac{2}{3}a^5b^4:3a-(a^2b^3)^2:\left(-\frac{1}{2}b^2\right)-\left(\frac{2}{3}a^4b^2\right)^3:\left(\frac{1}{3}a^4b\right)^2$	
(h)	$\left[\left(3x^2y-\frac{5}{2}x^2y\right)^3:\left(-\frac{1}{4}x^4y^2\right)-\left(+\frac{1}{3}y\right)(-x^2)\right](-3xy^2)+\left(\frac{1}{2}xy\right)\left[\frac{5}{6}xy+\frac{1}{6}xy\right]^2$	

Ricorda: "semplificare" un'espressione vuol dire ridurla alla sua forma più semplice operando su di essa attraverso le regole del calcolo algebrico.

Sintesi della teoria

<table>
<tr><td>Domande</td><td>Risposte</td><td>Esempi</td></tr>
<tr><td>Che cos'è un insieme?</td><td>Un raggruppamento di oggetti per cui sia possibile stabilire, senza ambiguità, se un oggetto appartiene o meno al raggruppamento.</td><td>I numeri naturali maggiori di 1000 formano un insieme.
I numeri naturali molto grandi non formano un insieme perché non è precisato il criterio in base al quale un numero è da considerarsi grande.</td></tr>
<tr><td>Come si può rappresentare un insieme?</td><td>Si può rappresentare in tre modi diversi:
▪ per elencazione
▪ mediante proprietà caratteristica
▪ mediante diagrammi di Venn</td><td>Sia A l'insieme dei numeri naturali compresi tra 1 e 5, incluso 1 ed escluso 5.
➢ $A = \{1, 2, 3, 4\}$
➢ $A = \{ x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x < 5\}$
➢ Figura

</td></tr>
<tr><td>Che cos'è un sottoinsieme?</td><td>Dati due insiemi A e B, si dice che B è un sottoinsieme di A se ogni elemento di B appartiene ad A.</td><td>L'insieme dei numeri pari è un sottoinsieme di N.
L'insieme $A = \{-3, 0\}$ non è un sottoinsieme di N perché -3 non appartiene ad N.</td></tr>
<tr><td>Quando un sottoinsieme si dice proprio e quando improprio?</td><td>Dato un insieme qualsiasi, l'insieme stesso e l'insieme vuoto (cioè l'insieme privo di elementi) vengono detti sottoinsiemi impropri dell'insieme; ogni altro sottoinsieme viene detto proprio.</td><td>L'insieme dei numeri pari è un sottoinsieme proprio di N.
L'insieme vuoto è un sottoinsieme improprio di N.</td></tr>
<tr><td>Operazioni fra insiemi</td><td>Definizione</td><td>Esempi</td></tr>
<tr><td>Intersezione di A e B
$A \cap B$</td><td>Dati due insiemi A e B, si chiama intersezione di A e B l'insieme degli elementi che appartengono ad A e a B.</td><td>$A = \{1, 2, \mathbf{3}, \mathbf{4}\}$ e $B = \{\mathbf{3}, \mathbf{4}, 5\}$. Gli elementi comuni sono quelli in grassetto. Quindi
$A \cap B = \{3, 4\}$

</td></tr>
<tr><td>Unione di A e B
$A \cup B$</td><td>Dati due insiemi A e B, si chiama unione di A e B l'insieme degli elementi che appartengono ad A o a B.</td><td>$A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$. Vanno presi, una sola volta, tutti gli elementi di A e di B. Quindi
$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

</td></tr>
<tr><td>Differenza di A e B
$A \setminus B$</td><td>Dati due insiemi A e B, si chiama differenza di A e B l'insieme degli elementi che appartengono ad A ma non a B.</td><td>$A = \{1, 2, \mathbf{3}, \mathbf{4}\}$ e $B = \{\mathbf{3}, \mathbf{4}, 5\}$. Gli elementi comuni sono quelli in grassetto: eliminandoli da A otteniamo $A \setminus B = \{1, 2\}$

</td></tr>
</table>

Prodotto cartesiano di A e B $A \times B$	L'insieme dei due elementi a e b presi in quest'ordine, si chiama *coppia ordinata* e si denota (a, b). Dati due insiemi A e B, si chiama **prodotto cartesiano** di A e B l'insieme di tutte le possibili coppie ordinate (a, b) con a appartenente ad A e b appartenente a B.	Se $A = \{a, b\}$ e $B = \{d, e\}$ allora allora $A \times B = \{(a, d), (a, e), (b, d), (b, e)\}$

SIMBOLI:

$a \in A$	L'elemento a appartiene all'insieme A
$A \subseteq B$	L'insieme A è contenuto nell'insieme B (A è un sottoinsieme di B)
$A \supseteq B$	L'insieme A contiene l'insieme B (B è un sottoinsieme di A)
$A \subset B$	L'insieme A è strettamente contenuto nell'insieme B (A è un sottoinsieme di B e $A \neq B$)
$A \supset B$	L'insieme A contiene strettamente l'insieme B (B è un sottoinsieme di A e $A \neq B$)
	La negazione di questi simboli si ottiene barrandoli: $a \notin A$, $A \not\subset B$, etc.
$\mid$	Simbolo che, nella descrizione di un insieme per proprietà caratteristica, si legge "tale che"
$\emptyset$	Insieme vuoto

Esercizi

Usa lo spazio della pagina successiva per svolgere gli esercizi che seguono.

1. Rappresenta, in tutti i modi possibili i seguenti insiemi.
   a. L'insieme delle vocali della parola "salmone"
   b. L'insieme dei divisori di 60.
   c. L'insieme dei numeri interi compresi fra –3, incluso, e +5, escluso.

2. Dati gli insiemi A e B, stabilisci se A è un sottoinsieme di B e, in caso affermativo, specifica se si tratta di un sottoinsieme proprio o improprio.
   a. $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x < 5\}$ e $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 \leq x \leq 4\}$
   b. $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x^2 < 9\}$ e $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid -3 \leq x < 4\}$
   c. A è l'insieme dei divisori di 15, B l'insieme dei divisori di 30.

3. Dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è una vocale della parola "unione"$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una vocale della parola "ragione"$\}$, rappresenta in tutti i modi possibili gli insiemi $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$.

4. Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x \leq 5\}$ e $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 < x < 7\}$, rappresenta in tutti i modi possibili gli insiemi $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$.

5. Sia A l'insieme dei multipli di 2 e B l'insieme dei multipli di 3; rappresenta, mediante proprietà caratteristica, l'insieme $A \cap B$.

6. Dati gli insiemi $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d\}$ e $C = \{a, b, d\}$ rappresenta per elencazione: $A \setminus B$, $B \setminus A$, $(A \cup B) \cap C$, $A \cup (B \cap C)$. È vero che $A \setminus B = B \setminus A$? E che $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$?

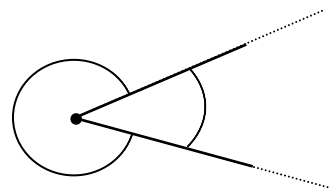
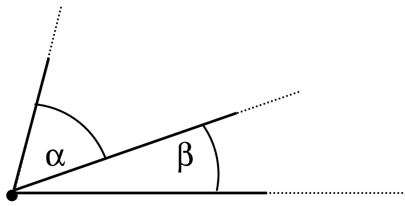
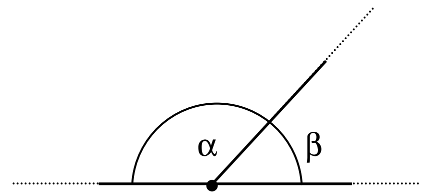
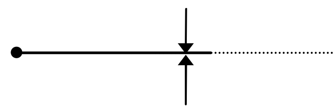
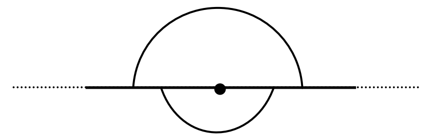
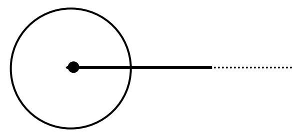
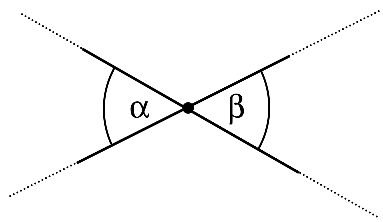
7. Dati gli insiemi $A = \{a, b, c\}$, $B = \{x, y\}$, rappresenta in tutti i modi possibili. E' vero che $A \times B = B \times A$?

8. Vero o falso?

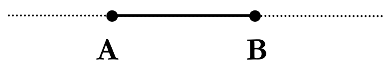
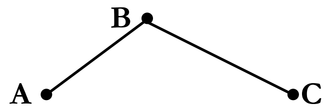
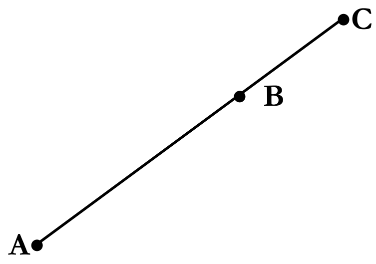
Se $A \subseteq B$, allora $A \cap B = A$	V	F
Comunque scelti due insiemi non vuoti A e B, risulta $A \setminus B \neq B \setminus A$	V	F
Se $A \supseteq B$, allora $A \cup B = B$	V	F
Se $A \subset B$ e $B \cap C = \emptyset$, allora $A \cap C = \emptyset$	V	F

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Ripassiamo

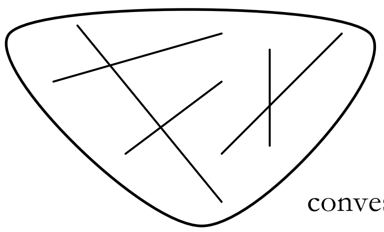
Angolo	Ciascuna delle due parti in cui il piano resta diviso da due semirette aventi la stessa origine, comprese le semirette stesse.	
Angoli consecutivi	Due angoli che hanno lo stesso vertice e hanno in comune soltanto i punti di un lato.	
Angoli adiacenti	Due angoli consecutivi tali che i lati non comuni appartengono alla stessa retta.	
Angolo nullo	L'angolo formato da due semirette coincidenti che non contiene altri punti oltre alle semirette stesse.	
Angolo piatto	Ciascuno dei due angoli formati da due semirette opposte.	
Angolo giro	L'angolo formato da due semirette coincidenti e che corrisponde all'intero piano.	
Angoli opposti al vertice	Due angoli tali che i lati dell'uno siano i prolungamenti dei lati dell'altro.	

Ripassiamo

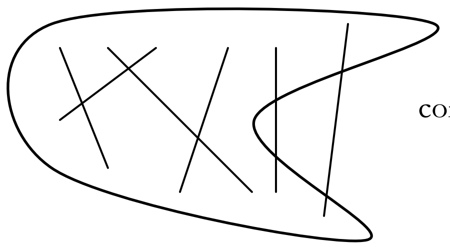
Segmento di estremi A e B	E' l'insieme di tutti i punti della retta per AB compresi tra A e B, inclusi A e B	
Segmenti **consecutivi**	Sono due segmenti che hanno in comune uno ed un solo estremo	
Segmenti **adiacenti**	Sono due segmenti consecutivi che appartengono alla stessa retta	

Convessità e concavità

Se una figura F è tale che, <u>comunque</u> scelti due punti P e Q appartenenti ad F, il segmento PQ è <u>interamente</u> contenuto in F allora la figura si dice **convessa**; altrimenti si dice **concava**.



convessa

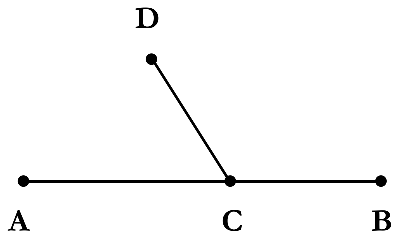


concava

Prova tu

1. Vero o falso? In riferimento alla figura qui a fianco, stabilisci quali affermazioni sono vere e quali false.

a.	AC e CB sono consecutivi	V	F
b.	AC e CB sono adiacenti	V	F
c.	AC e CD sono consecutivi	V	F
d.	CB e CD sono adiacenti	V	F
e.	AB e CD sono consecutivi	V	F



2. Descrivendo esattamente la situazione spiega perché i segmenti AB e CD in ciascuna della seguenti figure **non** sono consecutivi:

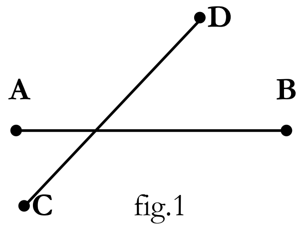


fig.1

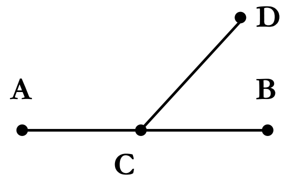


fig.2

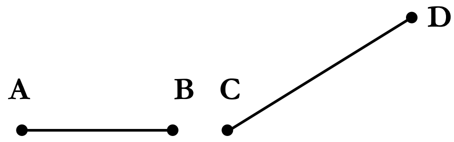


fig.3

nella fig.1
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
nella fig.2
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
nella fig.3
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

3. Per ciascuna delle seguenti figure, spiega con esattezza perché i segmenti AB e CD **non** sono adiacenti.

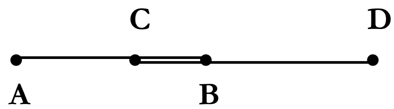


fig.4

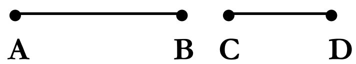


fig.5

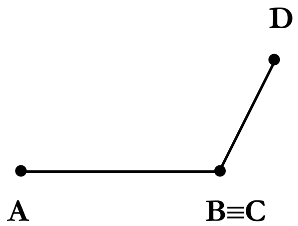
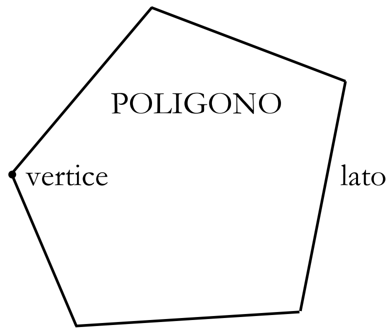
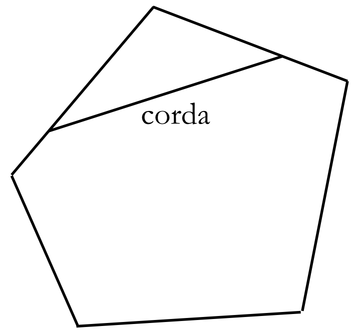
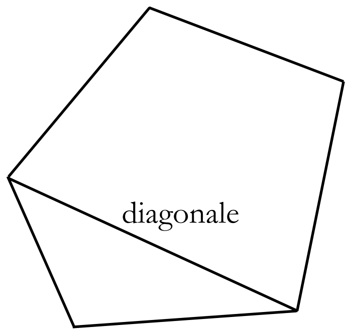
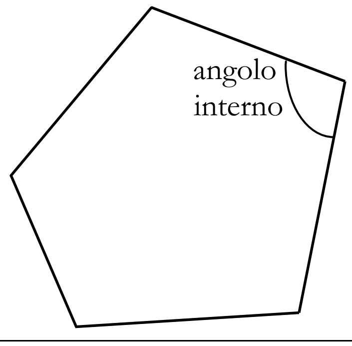
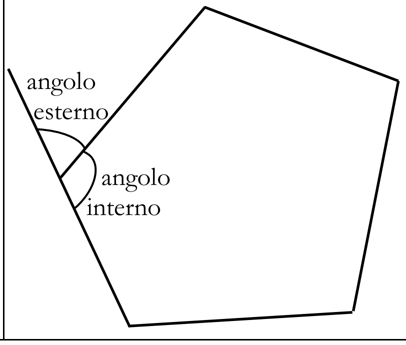


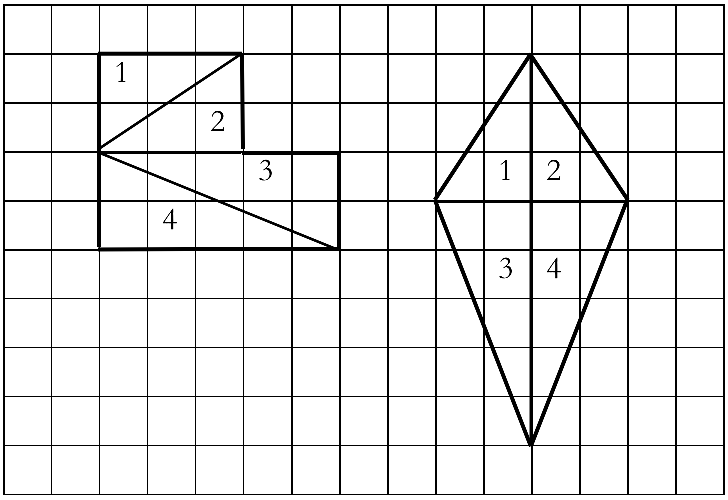
fig.6

nella fig.4
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
nella fig.5
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
nella fig.6
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………
……………………………………………………………………………………………………

Ripassiamo

Poligono	Data una poligonale chiusa e non intrecciata, in cui ogni vertice appartiene esattamente a due lati della poligonale, si chiama <u>poligono</u> la figura formata dalla poligonale e dai punti al suo interno.	
Corda	È un segmento che congiunge due punti del contorno del poligono appartenenti a lati distinti	
Diagonale	È un segmento che congiunge due suoi vertici non consecutivi. .	
Angolo interno	È un angolo individuato da due lati consecutivi del poligono e dal vertice in comune.	
Angolo esterno	È un angolo adiacente ad un angolo interno ed individuato dal prolungamento del lato.	

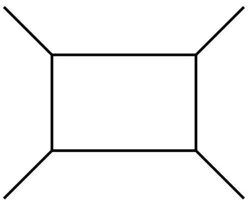
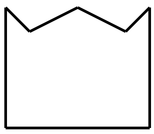
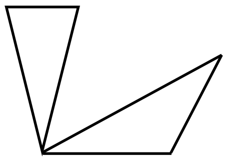
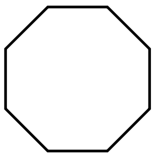
Congruenza, equiscomponibilità, equivalenza: due poligoni sono congruenti se è possibile sovrapporli punto per punto mediante un movimento rigido; due poligoni sono equiscomponibili se possono essere scomposti in parti (cioè in poligoni) a due a due congruenti; due poligoni si dicono equivalenti se hanno la stessa estensione (cioè la stessa area).
Ecco un esempio: i due poligoni della figura sono equivalenti poiché possono essere scomposti in triangoli ordinatamente congruenti.



Ricorda: le definizioni di convessità e concavità che abbiamo dato nella sezione SEGMENTI valgono evidentemente anche per i poligoni.

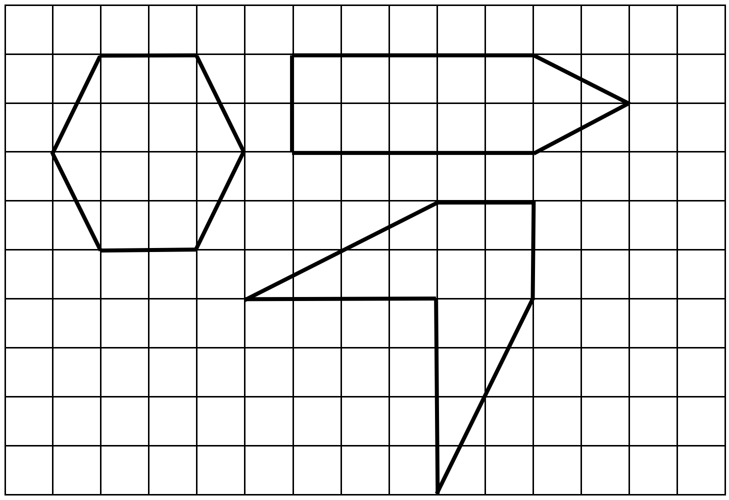
Prova tu

1. Completa la seguente tabella:

Figura				
E' un poligono?	☐ Si ☐ No, perché ………………………....... …………………….... …………………….... …………………….... …………………….... ……………………… ………………………… ………………………… ………………………… ………………………… ………………………	☐ Si ☐ No, perché ………………………....... …………………….... …………………….... …………………….... ……………………… ……………………… ………………………… ………………………… ………………………… ………………………… ………………………	☐ Si ☐ No, perché ………………………....... …………………….... …………………….... …………………….... ……………………… ……………………… ………………………… ………………………… ………………………… ………………………… ………………………	☐ Si ☐ No, perché ………………………....... …………………….... …………………….... …………………….... ……………………… ……………………… ………………………… ………………………… ………………………… ………………………… ………………………

2. Completa:
    a. Un poligono di cinque lati si chiama:…………………………………..
    b. Un ettagono è un poligono avente ………………………… lati
    c. Un poligono avente sei lati si chiama ………………………………….
    d. Un decagono è un poligono avente …………………...…… lati

3. Verifica che i poligoni della seguente figura sono equiscomponibili, e quindi equivalenti, individuando una loro scomposizione in poligoni a due a due congruenti.

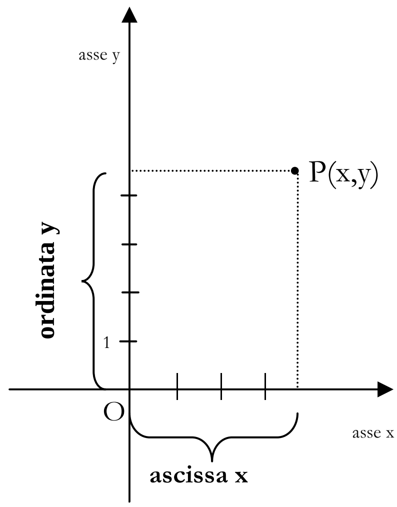
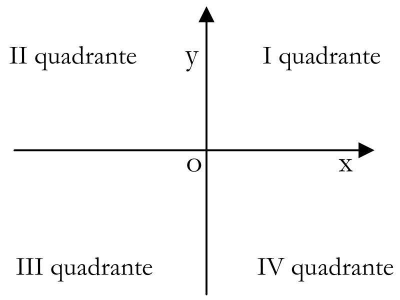


4. Disegna un poligono convesso ABCDEFGH avente otto lati. Poi traccia:
    a. due diagonali che hanno un punto in comune e una corda che interseca entrambe le diagonali;
    b. l'angolo interno di vertice B e gli angoli esterni di vertice E.

5. Disegna un trapezio rettangolo che sia scomponibile in 5 triangoli rettangoli congruenti.

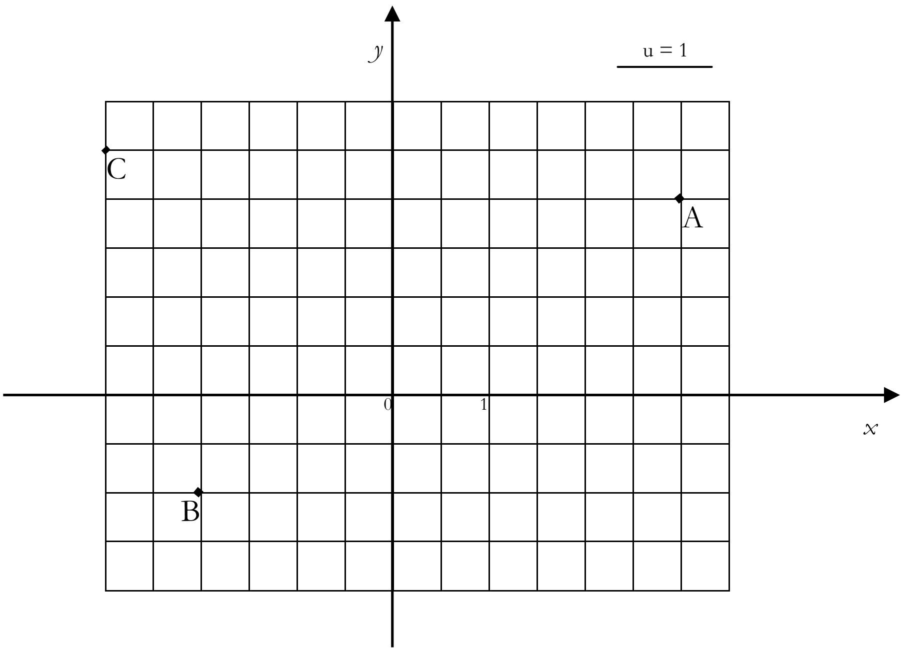
6. Disegna un poligono concavo avente sei lati.

Ripassiamo

Piano cartesiano ortogonale monometrico (ad assi perpendicolari e con la stessa unità di misura)	E' un piano geometrico dove è stato fissato un sistema di riferimento così costruito: si considerano nel piano due rette perpendicolari e si chiama origine O il loro punto di intersezione; su ciascuna di esse si fissa un sistema di coordinate avente origine in O, orientando la retta che appare orizzontale (asse x) verso destra e quella che appare verticale (asse y) verso l'alto.	
Associazione **punto-coppia** (corrispondenza biunivoca)	Ad ogni punto P del piano corrisponde una coppia ordinata (x,y) di numeri reali e viceversa; x si chiama ascissa ed y ordinata del punto P.	
Che cosa sono i **quadranti**	Sono le quattro parti in cui il piano resta diviso dagli assi. Essi vengono numerati in senso antiorario. Si conviene che gli assi non appartengano ai quadranti	

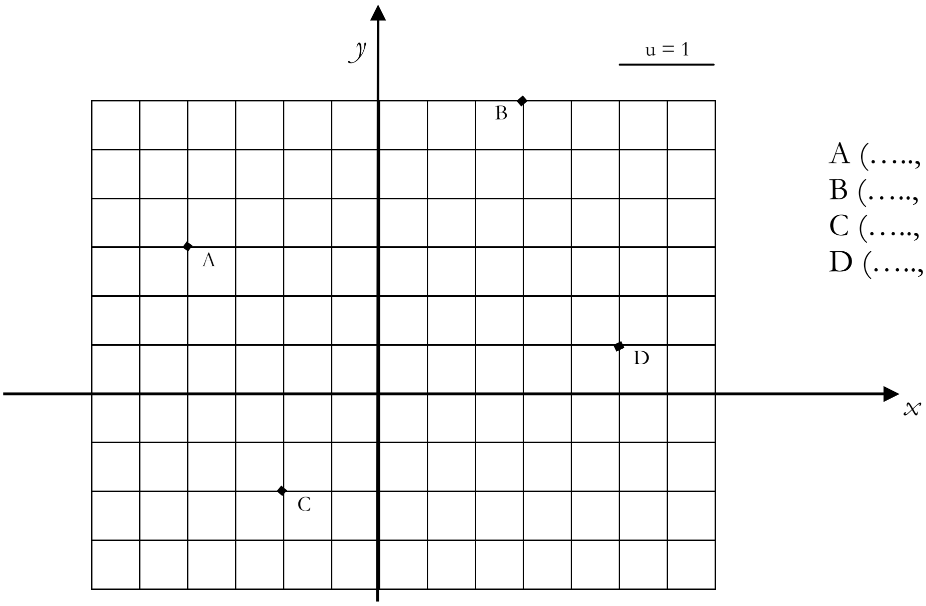
Alcuni esempi

A (3 , 2)
B (–2 , –1)
C $\left(-3, \frac{5}{2}\right)$



Prova tu

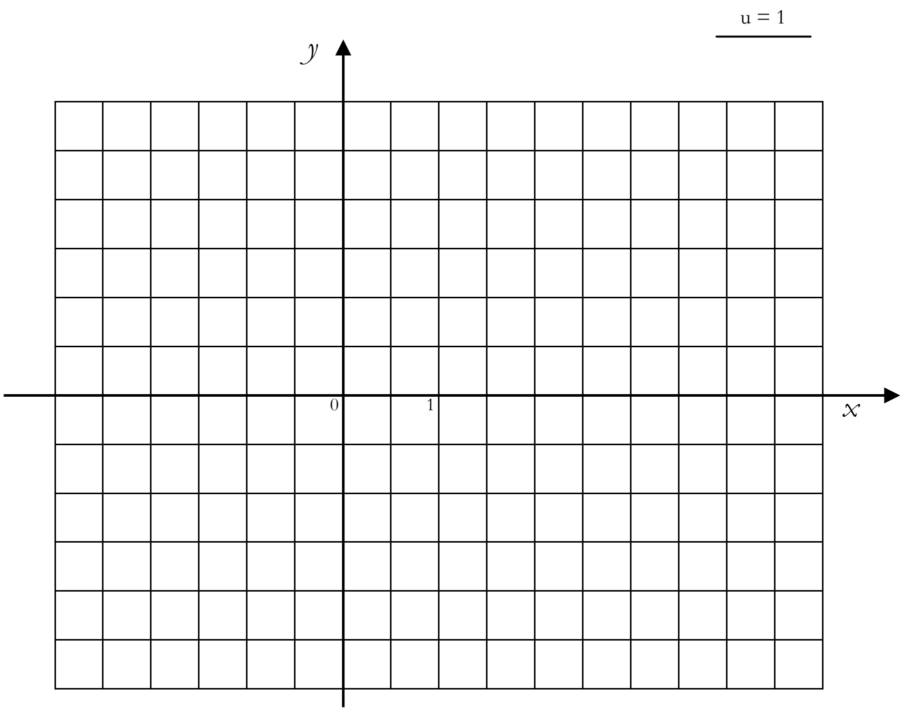
1. Determina le coordinate dei punti A, B, C, e D rappresentati nella figura (attento ai segni!)



A (….., …..)
B (….., …..)
C (….., …..)
D (….., …..)

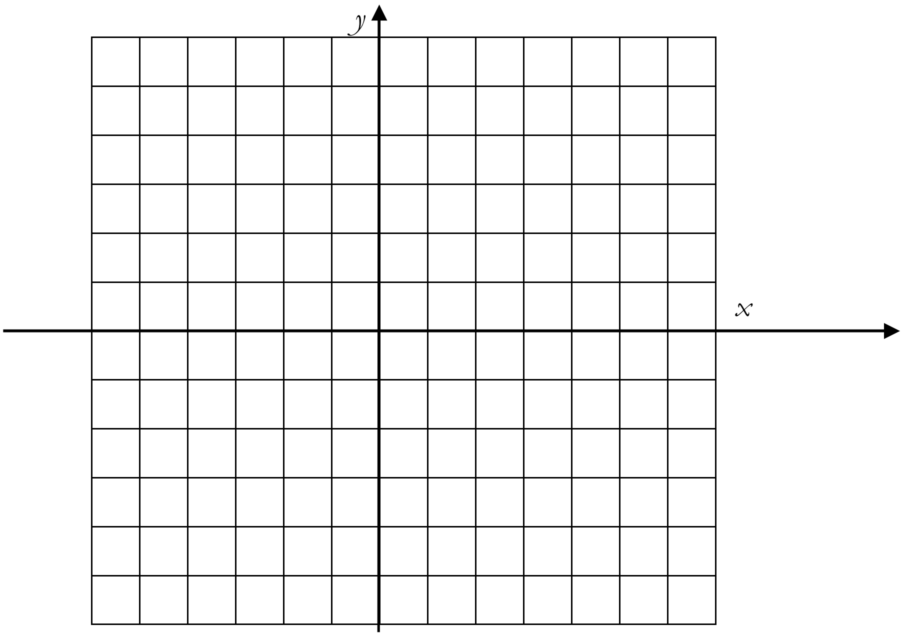
2. Rappresenta nel piano cartesiano i seguenti punti:

A(–2, –3); $B\left(-1,-\frac{3}{2}\right)$; $C\left(-3,\frac{5}{2}\right)$; $D\left(\frac{7}{2},4\right)$

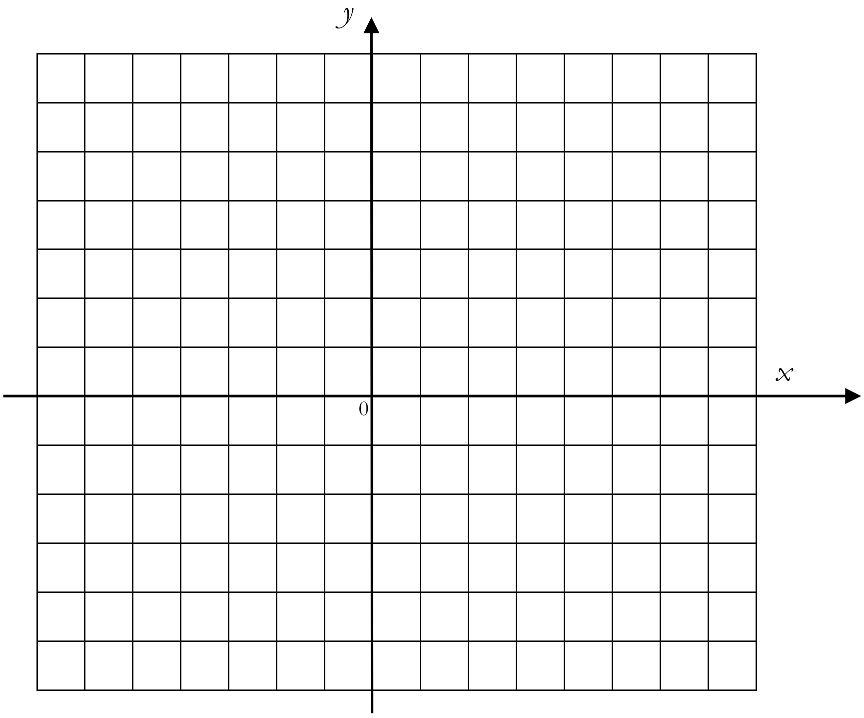


3. Vero o falso?
   a. il punto A(–3, +1) appartiene al quarto quadrante V F
   b. il punto B$\left(1-\frac{7}{6},\frac{5}{6}-1\right)$ appartiene al quarto quadrante V F
   c. ogni punto dell'asse x ha ascissa uguale a zero V F
   d. l'origine è l'unico punto dell'asse y di ascissa nulla V F

4. Disegna nel piano cartesiano il triangolo di vertici A(0, 3), B(–4, 0), C(3, –2).



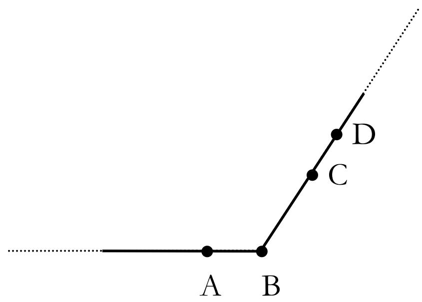
5. Disegna nel piano cartesiano il quadrilatero ABCD di vertici
   A(–3, 0), B(3, 0), C(1, 2), D(–1, –2)
   Di che tipo di quadrilatero si tratta? Sapresti motivare la tua risposta?



1. Se lo conosci, prova a spiegare il significato dei seguenti termini:

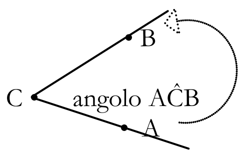
   concetto primitivo: ………………………………………………………………………………..
   ……………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………
   assioma: ………………………………………………………………………………………...
   ……………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………
   teorema: ……………………………………………………………………………………….
   ……………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………

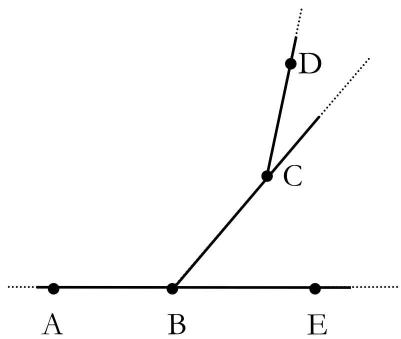
2. Elenca tutti i segmenti e tutte le semirette che si possono individuare nella figura qui a fianco.



segmenti	
semirette	

Ricorda che per indicare un angolo puoi usare tre lettere
la seconda delle quali <u>deve</u> essere il suo vertice;
ad esempio:
AĈB





3. Nella figura qui a fianco individua:
   a. tutti gli angoli;
   b. tutte le coppie di angoli adiacenti;
   c. tutte le coppie di angoli consecutivi.

a	tutti gli angoli	
b	coppie angoli adiacenti	
c	coppie angoli consecutivi	

4. Esistono segmenti consecutivi ma non adiacenti?

   Si, per esempio: ……………………………………………………………………...
   ………………………………………………………………………..
   No, perché ………………………………………………………………………………..
   ………………………………………………………………………………..

5. L'angolo α è $\frac{2}{3}$ di un angolo piatto e l'angolo β è $\frac{1}{4}$ di un angolo piatto. Qual è l'ampiezza dell'angolo $\alpha+\beta$? Qual è l'ampiezza dell'angolo $\alpha-\beta$?
   ……………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………

6. Può esistere un triangolo i cui lati sono lunghi 10 cm., 12 cm. e 15 cm.? ……………………….
   ……………………………………………………………………………………………
   E un triangolo i cui lati sono lunghi 7 cm., 11 cm. e 3 cm.? …………………………………….
   ……………………………………………………………………………………………
   Giustifica accuratamente le tue risposte.
   ……………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………

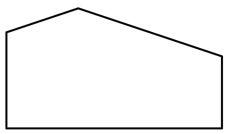
7. Qual è l'ampiezza della somma degli angoli interni di un poligono di 20 lati?
   ……………………………………………………………………………………………
   Conosci una regola generale per determinare tale somma per un poligono con un numero n di lati?
   ………………………………………………………………………………………….
   ……………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………

8. Qual è l'ampiezza di ciascuno degli angoli interni di un triangolo rettangolo isoscele?
   ……………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………

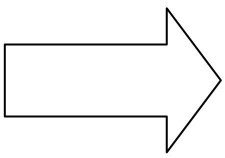
9. Sia ABC un triangolo rettangolo isoscele di ipotenusa BC.
   Sia P un punto di BC tale che AB ≅ BP. Qual è l'ampiezza dell'angolo $P\hat{A}C$?
   ……………………………………………………………………………………………
   ……………………………………………………………………………………………

10. Stabilisci se le seguenti figure sono convesse o concave.

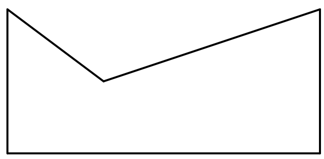
concava
convessa



concava
convessa



concava
convessa



concava
convessa

11. Sul piano cartesiano determina perimetro ed area del quadrilatero individuato dai quattro punti:
A(2, 3); B(–2, 3); C(–2, –3); D(2, –3).