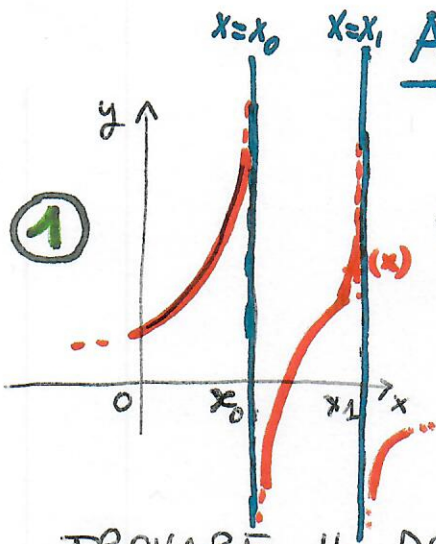


ASINTOTI VERTICALI



1

SI HA UN ASINTOTO VERTICALE QUANDO, $\{x_0, x_1\}$
 ALLI AVVICINARSI DELLA x AD UN VALORE FINITO,
 IL VALORE DELLA y CRESCE ALL'INFINITO.

TROVARE IL DOMINIO DELLA FUNZIONE.

2 DOVE SI CERCANO GLI ASINTOTI VERTICALI? NEI VALORI FINITI NON APPARTENENTI AL DOMINIO, AGLI ESTREMI

COME SI CERCA

Se $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \infty$

SOSTITUISCO ALLA x IL NUMERO x_0

$\lim_{x \rightarrow x_1} f(x) = \infty$

SOSTITUISCO ALLA x IL NUMERO x_1

DEVE ESSERE UGUALE SEMPRE A INFINITO

SE NON FA ∞ NON C'E' ASINTOTO VERTICALE

$x = x_0$
 $x = x_1$

NUMERI FINITI ESCLUSI DAL DOMINIO

EQUAZIONI DEGLI ASINTOTI VERTICALI

3 DOPO AVER TROVATO :

- DOMINIO
- SIMMETRIE (PARI/DISPARI)
- SEGNO
- INTERSEZIONE CON GLI ASSI
- ASINTOTI

FARE IL GRAFICO CARTESIANO "CANCELLANDO" LE PARTI DI PIANO IN CUI NON SI PUO' TRACCIARE LA CURVA

4 SEGNO ASINTOTO VERTICALE

ESEMPIO $f(x) = y = \frac{x+8}{x-1}$

$D = \mathbb{R} - \{1\}$

SEGNO DELLA FUNZIONE

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x+8}{x-1} = \frac{9}{0^+} = +\infty$

(A DESTRA DI 1 $f(x) \in (+)$ POSITIVA)

$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x+8}{x-1} = \frac{9}{0^-} = -\infty$

(A SINISTRA DI 1 $f(x) \in (-)$ NEGATIVA)

$f(x) > 0$

$\frac{x+8}{x-1} > 0$

$N > 0 \quad x+8 > 0 \quad x > -8$

$D > 0 \quad x-1 > 0 \quad x > 1$

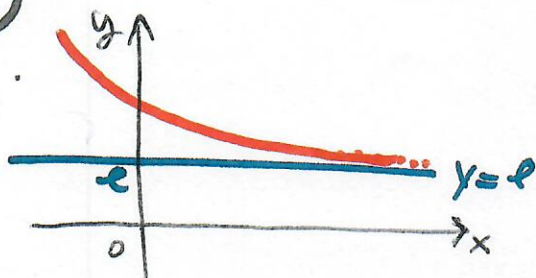


$\Rightarrow x = 1$

EQUAZIONE ASINTOTO VERTICALE

ASINTOTI ORIZZONTALI

①



SI HA UN ASINTOTO ORIZZONTALE QUANDO, AL CRESCERE (DECRESCERE) DELLA x ALL' INFINITO, IL VALORE DELLA y SI AVVICINA A UN VALORE FINITO l .

②

DOVE SI CERCA:

SE IL DOMINIO È ILLIMITATO, SI CERCA A $\pm \infty$

COME SI CERCA:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l \quad \text{NUMERO FINITO}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l$$

Se l è finito \Rightarrow ESISTE L'ASINTOTO ORIZZONTALE

$$\boxed{y=l}$$

Se il limite è ∞

NON ESISTE ASINTOTO ORIZZONTALE

N.B. SI DEVONO CALCOLARE I DUE LIMITI SEPARATAMENTE A $+\infty$ e $-\infty$ PERCHÉ A $+\infty$ POTREBBE ESISTERE L'ASINTOTO ORIZZONTALE E A $-\infty$ POTREBBE ESISTERE UN ASINTOTO OBLIQUO

③ **ESEMPIO**

$$y = \frac{x+8}{x-1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+8}{x-1} = \frac{\infty}{\infty} \text{ F.I.}$$

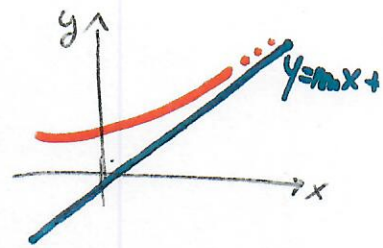
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x(1+\frac{8}{x})}{x(1-\frac{1}{x})} = 1$$

In questo caso anche il $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ è sempre 1.

$$y=1$$

EQUAZIONE
ASINTOTO ORIZZONTALE

ASINTOTI OBLIQUI



SI HA UN ASINTOTO OBLIQUO QUANDO LA FUNZIONE, ANDANDO VERSO INFINITO SI AVVICINA AD UNA RETTA

- ① Se $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ NON CI SONO ASINTOTI ORIZZONTALI MA POTREBBE ESSERCI ASINTOTI OBLIQUI

ASINTOTO OBLIQUO

- ② $y = \underline{m}x + \underline{q}$
 da determinare
- m = coefficiente angolare
 q = ORDINATA DEL PUNTO IN CUI LA RETTA INCONTRA L'ASSE y

- ③ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \rightarrow$ SE QUESTO LIMITE E' $\neq 0$ ED E' FINITO HO TROVATO m
 (SE $m=0$ NON C'E' ASINTOTO OBLIQUO NE' ORIZZONTALE)

- ④ $\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) - \underline{m}x] \rightarrow$ DEVE SEMPRE ESSERE FINITO E QUINDI HO TROVATO q

- ⑤ PER TRACCIARE IL GRAFICO DELL'ASINTOTO OBLIQUO TROVATO $y = mx + q$

x	y
0	...
...	0

SO SOSTITUISCO ALLA x NELL'ESPRESSIONE 0 E POI A $y=0$.

RICORDA NEL CALCOLO DEI LIMITI:

$$\frac{\text{NUMERO}}{\infty} = 0 \quad \frac{\infty}{\text{NUMERO}} = \infty \quad \frac{\text{NUMERO}}{0} = \infty \quad \frac{\infty}{0} = \infty \quad \frac{0}{\text{NUMERO}} = 0$$

ESEMPIO: $y = \frac{4x^2 - 1}{x}$ $D = \mathbb{R} - \{0\}$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 1}{x} = \frac{\infty}{\infty} \text{ F.I.} \rightarrow \text{RACCOLGO } x \text{ CON GRADO MASSIMO} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2(4 - \frac{1}{x^2})}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} x(4 - \frac{1}{x^2}) = \infty$$

POICHE' QUESTO LIMITE E' ∞ ALLORA NON CI SONO ASINTOTI ORIZZONTALI, MA POTREBBE ESSERCI L'ASINTOTO OBLIQUO.

$$y = 4x$$

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 1}{x} \cdot \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 1}{x^2} = 4 \quad q = \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{4x^2 - 1}{x} - 4x \right] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 - 1 - 4x^2}{x} = 0$$