SCOMPOSIZIONE DI UN POLINOMIO

SE UN POLINOMIO NON E' SCOMPONIBILE IN FATTORI SI DICE CHE E' IRRIDUCIBILE (ES: x^2+1 ; x^2+x+1 ;

RACCOGLIMENTO TOTALE

$$12a^2b^3 + 18ab^2 - 15b = \underbrace{3b}_{\text{M.C.D.}(12a^2b^3;\,18ab^2;\,15b)} \cdot (\underbrace{4ab^2 + 6ab - 5})$$

$12a^2b^3 \to 2^2 \cdot 3$; $18ab^2 \to 2 \cdot 3^2$; $15b \to 5 \cdot 3$

2 a b — 2 a b — 3 b
2 a b — 3 b — 5
3 — 3

M.C.D. $(12a^2b^3; 18ab^2; 15b)$

FATTORI SOLO COMUNI

in Parentesi metto i FATTORI CHE RIMANGONO

$12a^2b^3 : 3b = 4ab^2$; $18ab^2 : 3b = 6ab$; $-15b : 3b = -5$ $\longrightarrow$ FATTORI DA METTERE IN PARENTESI

RACCOGLIMENTO PARZIALE

SI APPLICA QUANDO IL POLINOMIO HA FATTORI COMUNI SOLO PER GRUPPI DI MONOMI

$$\underbrace{ax + bx}_{x} + \underbrace{ay + by}_{y} = x\,(a+b) + y(a+b) = (a+b)\cdot(x+y)$$

x: COMUNE AL 1° E 2° MONOMIO

FATTORE COMUNE: $(a+b)$

ORA RACCOGLIMENTO TOTALE

$(x+y)$: TERMINI CHE RIMANGONO

$$14ax + 4a + 35bx + 10b = 2a(7x+2) + 5b(7x+2) = (7x+2)(2a+5b)$$

$14 \to 7 \cdot 2$; $4 \to 2 \cdot 2$; $35 \to 7 \cdot 5$; $10 \to 2 \cdot 5$

$$9a^2 - 3a - 6ab + 2b = 3a(3a-1) - 2b(3a-1) = (3a-1)(3a-2b)$$

$9 \to 3 \cdot 3$; $6 \to 2 \cdot 3$

SCOMPOSIZIONE MEDIANTE PRODOTTI NOTEVOLI

QUADRATO DI BINOMIO

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$

$$a^2b^2 - 2ab + 1 = (ab-1)^2$$

$(ab)^2$; $2 \cdot (ab) \cdot 1$; $(1)^2$

CUBO DI BINOMIO

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a+b)^3$$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a-b)^3$$

$$8x^3 - 12x^2 + 6x - 1 = (2x-1)^3$$

$(2x)^3$; $3 \cdot (2x)^2 \cdot (-1)$; $3(2x)\cdot(-1)^2$; $(-1)^3$

DIFFERENZA DI QUADRATI

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$25x^2 - 1 = (5x+1)(5x-1)$$

$(5x)^2 - (1)^2$

$$x^4 - y^4 = (x^2-y^2)(x^2+y^2) =$$

$$= (x+y)(x-y)(x^2+y^2)$$

(x^2+y^2): IRRIDUCIBILE

$$(a-1)^2 - (2a+1)^2 =$$

$$[(a-1)+(2a+1)]\cdot[(a-1)-(2a+1)] =$$

$$(a - \cancel{1} + 2a \cancel{+1})(a-1-2a-1) = 3a(-a-2)$$

TRINOMIO CARATTERISTICO

$$x^2 + \underset{\uparrow}{s}x + \underset{\uparrow}{p} = (x+x_1)(x+x_2)$$

SOMMA PRODOTTO

$s = x_1 + x_2$

$p = x_1 \cdot x_2$

$$x^2 \underbrace{-5}_{s}x \underbrace{+6}_{p} = (x-2)(x-3)$$

$s = -2-3 = -5$

$p = (-2)(-3) = +6$

DIVISORI DI 6 $\rightarrow$ ± 1, ± 2, ± 3, ± 6

-2, $+3$ $\rightarrow$ POSSIBILI COPPIE

$$y^2 - 25y + 24 = (y-24)(y-1)$$

$s = -24-1 = -25$

$p = (-24)\cdot(-1) = +24$

SOMMA DI CUBI

$$x^3 + y^3 = (x+y)\underbrace{(x^2 - xy + y^2)}$$

$\uparrow$ FALSO QUADRATO

	x^3	x^2	x	t.n.
	1	0	0	y^3
$-y$		$-y$	$+y^2$	$-y^3$
	1	$-y$	y^2	0
	x^2	x	t.n.	

QUOZIENTE

$P(x) = x^3 + y^3$

$P(-y) = (-y)^3 + y^3 =$

$= 0$

RESTO

$\Rightarrow$ $P(x)$ è DIVISIBILE PER $(x+y)$

$$x^6 + y^6 = (x^2)^3 + (y^2)^3 =$$

$$= (x^2+y^2)(x^4 - x^2y^2 + y^4)$$

LA SOMMA DI 2 QUADRATI E' IRRIDUCIBILE

DIFFERENZA DI CUBI

$$x^3 - y^3 = (x-y)(x^2 + xy + y^2)$$

FALSO QUADRATO

$$x^6 - y^6 = (x^2)^3 - (y^2)^3 = \underbrace{(x^2-y^2)}(x^4 + x^2y^2 + y^4) =$$

N.B. $(x^2+y^2)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4$.

$$= (x+y)(x-y)\left[(x^2+y^2)^2 - x^2y^2\right] =$$

DIFFERENZA DI QUADRATI

$$= (x+y)(x-y)(x^2+y^2-xy)(x^2+y^2+xy)$$

$$x^6 - y^6 = (x^3)^2 - (y^3)^2 = (x^3-y^3)(x^3+y^3) = (x-y)(x^2+xy+y^2)(x+y)(x^2-xy+y^2)$$

anche come DIFFERENZA DI QUADRATI

POI SOMMA E DIFFERENZA DI CUBI

METODO DI RUFFINI

$P(x) = 2x^3 - 3x + 1$

$\pm 1 \quad \pm \frac{1}{2}$

$P(1) = 2\cdot 1 - 3\cdot 1 + 1 = 0$ sì

$P(-1) = 2(-1)^3 - 3(-1) + 1 =$
$-2 + 3 + 1 = +2 \neq 0$

$P\left(+\frac{1}{2}\right) = 2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3 - 3\left(\frac{1}{2}\right) + 1 =$
$\cancel{2}\left(\frac{1}{\cancel{8}_4}\right) - \frac{3}{2} + 1 = \frac{1-6+4}{4} = -\frac{1}{4} \neq 0$

$P\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 =$
$= \cancel{2}^{1}\cdot\frac{1}{\cancel{4}_2} + \frac{3}{2} + 1 = \frac{1+3+2}{2} = \frac{6}{2} = 3 \neq 0$

GLI <u>ZERI</u> DI UN POLINOMIO SONO QUEI VALORI CHE SOSTITUITI ALLA LETTERA X ANNULLANO IL POLINOMIO. GLI ZERI SI RICERCANO TRA I DIVISORI DEL TERMINE NOTO (T.N) (± 1 NELL'ESEMPIO) E TRA LE FRAZIONI CHE HANNO PER NUMERATORE I DIVISORI DEL T.N. E I DIVISORI DEL COEFFICIENTE DI GRADO MASSIMO ($\pm\frac{1}{2}$ NELL'ESEMPIO)

L'UNICO ZERO E' 1. ALLORA IL POLINOMIO $P(x)$ E' DIVISIBILE PER IL BINOMIO $(x-1)$. PER QUANTO AFFERMA IL TEOREMA DI RUFFINI.

$$\begin{array}{c|ccc|c}
 & x^3 & x^2 & x & t.n \\
 & 2 & 0 & -3 & 1 \\
1 & & 2 & 2 & -1 \\
\hline
 & 2 & 2 & -1 & 0 \leftarrow \text{RESTO} \\
 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\
 & x^2 & x & t.m. &
\end{array}$$

$P(x) = 2x^3 - 3x + 1 =$

$(x-1)(2x^2 + 2x - 1)$