

Scheda di sintesi: frazioni algebriche

Definizione: una frazione algebrica è una qualunque divisione tra due polinomi (o monomi) a esempio

$$\frac{3x+y}{4a^2} \qquad \frac{2}{a^2-c} \qquad \frac{a}{xy^3}$$

Definizione: la condizione di esistenza (C.E.), o dominio, di una frazione algebrica è l'insieme di tutti i numeri che possono essere assunti dalle variabili della frazione stessa. Si calcola ponendo il denominatore diverso da zero. Ad esempio:

- $\frac{2x+y}{x-3}$ C.E. ponendo il denominatore diverso da zero ottengo $x - 3 \neq 0 \rightarrow x \neq 3$
- $\frac{2a}{a^2+5a+6}$ C.E. scompongo in fattori il denominatore $\frac{2a}{(a+2)(a+3)}$, ponendolo diverso da zero ottengo $(a+2)(a+3) \neq 0$ ovvero $a+2 \neq 0$ ed $a+3 \neq 0$ da cui trovo $a \neq -2$ ed $a \neq -3$
- $\frac{7}{(a-2)^2}$ C.E. $(a-2)^2 \neq 0$ $(a-2)(a-2) \neq 0$ ovvero $a-2 \neq 0$ da cui ottengo $a \neq 2$

Definizione: semplificare una frazione algebrica vuol dire scomporre numeratore e denominatore in fattori e poi elidere i fattori uguali (usando le proprietà delle potenze per gli esponenti). Ad esempio:

- $\frac{x+y}{x^2+2xy+y^2} = \frac{x+y}{(x+y)^2} = \frac{1}{x+y}$
- $\frac{x^2-9}{x^2+5x+6} = \frac{(x+3)(x-3)}{(x+2)(x+3)} = \frac{x-3}{x+2}$

Definizione: ridurre due frazioni algebriche allo stesso denominatore vuol dire scomporre il denominatore in fattori, quindi calcolare i m.c.m. tra i denominatori ed infine moltiplicare numeratore e denominatore di ogni frazione per i fattori che "mancano" al denominatore per essere uguale al m.c.m.. Ad esempio :

- $\frac{8}{3x} \quad \frac{7}{6x^2} \quad \frac{2}{15x^3}$ il mcm è $30x^3$ per cui
 $\frac{8}{3x} = \frac{8 \cdot 10x^2}{3x \cdot 10x^2} = \frac{80x^2}{30x^3} \quad \frac{7}{6x^2} = \frac{7 \cdot 5x}{6x^2 \cdot 5x} = \frac{35x}{30x^3} \quad \frac{2}{15x^3} = \frac{2 \cdot 2}{15x^3 \cdot 2} = \frac{4}{30x^3}$

• $\frac{4}{x+y} \frac{2}{3x-3y} = \frac{2}{3(x-y)} \frac{1}{x^2-y^2} = \frac{1}{(x+y)(x-y)}$ *il mcm è $3(x+y)(x-y)$ per cui*

$$\frac{4}{(x+y)} = \frac{4 \cdot 3(x-y)}{3(x+y)(x-y)} \quad \frac{2}{3(x-y)} = \frac{2 \cdot (x+y)}{3(x-y)(x+y)} \quad \frac{1}{(x+y)(x-y)} = \frac{3 \cdot 1}{3 \cdot (x+y)(x-y)}$$

ESERCIZI PER CASA

Trovare il dominio delle seguenti frazioni algebriche

1. $\frac{3}{x+2}$

2. $\frac{x+y}{x^2-9}$

3. $\frac{49-x}{a^2+13a+12}$

4. $\frac{46x}{9x^2-42x+49}$

Semplificare le seguenti frazioni algebriche

1. $\frac{6x^2-12x+6}{x^2-1}$

2. $\frac{xy^2-x}{1-y}$

3. $\frac{4a^2-4}{2a+2}$

4. $\frac{a^2-5a+6}{2a-6}$

Ridurre allo stesso denominatore

1. $\frac{6x}{x^2-y^2} \quad \frac{x+y}{x-y}$

2. $\frac{4a^2+1}{4a} \quad \frac{a^3+1}{4a-8a^2}$