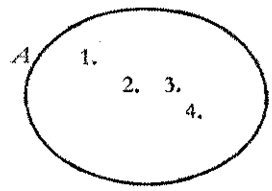
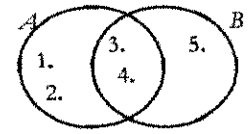
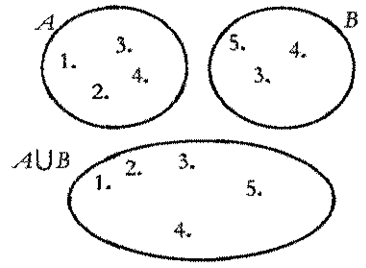
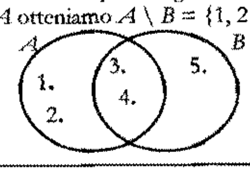
Sintesi della teoria

Domande	Risposte	Esempi
Che cos'è un **insieme**?	Un raggruppamento di oggetti per cui sia possibile stabilire, senza ambiguità, se un oggetto appartiene o meno al raggruppamento.	I numeri naturali maggiori di 1000 formano un insieme. I numeri naturali molto grandi **non** formano un insieme perché non è precisato il criterio in base al quale un numero è da considerarsi grande.
Come si può **rappresentare** un insieme?	Si può rappresentare in tre modi diversi: ▪ per elencazione ▪ mediante proprietà caratteristica ▪ mediante diagrammi di Venn	Sia A l'insieme dei numeri naturali compresi tra 1 e 5, incluso 1 ed escluso 5. ➢ $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ➢ $A = \{ x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x < 5\}$ ➢ Figura 
Che cos'è un **sottoinsieme**?	Dati due insiemi A e B, si dice che B è un *sottoinsieme* di A se ogni elemento di B appartiene ad A.	L'insieme dei numeri pari è un sottoinsieme di **N**. L'insieme $A = \{-3, 0)$ non è un sottoinsieme di **N** perché -3 non appartiene ad **N**.
Quando un sottoinsieme si dice **proprio** e quando **improprio**?	Dato un insieme qualsiasi, l'insieme stesso e l'insieme vuoto (cioè l'insieme privo di elementi) vengono detti sottoinsiemi impropri dell'insieme; ogni altro sottoinsieme viene detto proprio.	L'insieme dei numeri pari è un sottoinsieme proprio di **N**. L'insieme vuoto è un sottoinsieme improprio di **N**.
Operazioni fra insiemi	Definizione	Esempi
Intersezione di A e B $A \cap B$	Dati due insiemi A e B, si chiama **intersezione** di A e B l'insieme degli elementi che appartengono ad A **e** a B.	$A = \{1, 2, \mathbf{3}, \mathbf{4}\}$ e $B = \{\mathbf{3}, \mathbf{4}, 5\}$. Gli elementi comuni sono quelli in grassetto. Quindi $A \cap B = \{3, 4\}$ 
Unione di A e B $A \cup B$	Dati due insiemi A e B, si chiama **unione** di A e B l'insieme degli elementi che appartengono ad A **o** a B.	$A = \{1, 2, 3, 4\}$ e $B = \{3, 4, 5\}$. Vanno presi, **una sola volta**, tutti gli elementi di A e di B. Quindi $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 
Differenza di A e B $A \setminus B$	Dati due insiemi A e B, si chiama **differenza** di A e B l'insieme degli elementi che appartengono ad A ma **non** a B.	$A = \{1, 2, \mathbf{3}, \mathbf{4}\}$ e $B = \{\mathbf{3}, \mathbf{4}, 5\}$. Gli elementi comuni sono quelli in grassetto: eliminandoli da A otteniamo $A \setminus B = \{1, 2\}$ 

Prodotto cartesiano di A e B $A \times B$	L'insieme dei due elementi a e b <u>presi in quest'ordine</u>, si chiama *coppia ordinata* e si denota (a, b). Dati due insiemi A e B, si chiama **prodotto cartesiano** di A e B l'insieme di tutte le possibili coppie ordinate (a, b) con a appartenente ad A e b appartenente a B.	Se $A = \{a, b\}$ e $B = \{d, e\}$ allora allora $A \times B = \{(a, d), (a, e), (b, d), (b, e)\}$

SIMBOLI:

$a \in A$	L'elemento a appartiene all'insieme A
$A \subseteq B$	L'insieme A è contenuto nell'insieme B (A è un sottoinsieme di B)
$A \supseteq B$	L'insieme A contiene l'insieme B (B è un sottoinsieme di A)
$A \subset B$	L'insieme A è strettamente contenuto nell'insieme B (A è un sottoinsieme di B e $A \neq B$)
$A \supset B$	L'insieme A contiene strettamente l'insieme B (B è un sottoinsieme di A e $A \neq B$)
	La negazione di questi simboli si ottiene barrandoli: $a \notin A$, $A \not\subset B$, etc.
$\mid$	Simbolo che, nella descrizione di un insieme per proprietà caratteristica, si legge "tale che"
$\varnothing$	Insieme vuoto

Esercizi

Usa lo spazio della pagina successiva per svolgere gli esercizi che seguono.

1. Rappresenta, in tutti i modi possibili i seguenti insiemi.
   a. L'insieme delle vocali della parola "salmone"
   b. L'insieme dei divisori di 60.
   c. L'insieme dei numeri interi compresi fra –3, incluso, e +5, escluso.

2. Dati gli insiemi A e B, stabilisci se A è un sottoinsieme di B e, in caso affermativo, specifica se si tratta di un sottoinsieme proprio o improprio.
   a. $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 < x < 5\}$ e $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 \leq x \leq 4\}$
   b. $A = \{x \in \mathbf{Z} \mid x^2 < 9\}$ e $B = \{x \in \mathbf{Z} \mid -3 \leq x < 4\}$
   c. A è l'insieme dei divisori di 15, B l'insieme dei divisori di 30.

3. Dati gli insiemi $A = \{x \mid x$ è una vocale della parola "unione"$\}$ e $B = \{x \mid x$ è una vocale della parola "ragione"$\}$, rappresenta in tutti i modi possibili gli insiemi $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$.

4. Dati gli insiemi $A = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x \leq 5\}$ e $B = \{x \in \mathbf{N} \mid 2 < x < 7\}$, rappresenta in tutti i modi possibili gli insiemi $A \cap B$, $A \cup B$, $A \setminus B$.

5. Sia A l'insieme dei multipli di 2 e B l'insieme dei multipli di 3; rappresenta, mediante proprietà caratteristica, l'insieme $A \cap B$.

6. Dati gli insiemi $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, d\}$ e $C = \{a, b, d\}$ rappresenta per elencazione: $A \setminus B$, $B \setminus A$, $(A \cup B) \cap C$, $A \cup (B \cap C)$. È vero che $A \setminus B = B \setminus A$? E che $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$?

7. Dati gli insiemi $A = \{a, b, c\}$, $B = \{x, y\}$, rappresenta in tutti i modi possibili. E' vero che $A \times B = B \times A$?

8. Vero o falso?

Se $A \subseteq B$, allora $A \cap B = A$	V	F
Comunque scelti due insiemi non vuoti A e B, risulta $A \setminus B \neq B \setminus A$	V	F
Se $A \supseteq B$, allora $A \cup B = B$	V	F
Se $A \subset B$ e $B \cap C = \varnothing$, allora $A \cap C = \varnothing$	V	F