Esercitazioni

UNITÀ DI MISURA DI ANGOLI E CONVERSIONI

1. Se in un triangolo rettangolo uno degli angoli acuti è ampio $\pi/6$ rad, quale ampiezza avrà l'altro angolo acuto? Esprimerla in radianti, in gradi sessagesimali e in gradi centesimali.
[$\pi/3$ rad = 60° = 66,66 gon]

2. In un triangolo isoscele l'angolo al vertice è ampio 30°; quale ampiezza avrà ognuno degli angoli alla base? Esprimerla in gradi sessagesimali, in radianti e in gradi centesimali.
[75° = $5\pi/12$ rad = 83,33 gon]

3. Convertire in angoli sessadecimali i seguenti valori sessagesimali:
61°30' [61,500°]
30°30'30'' [30,508°]
27°12'36'' [27,210°]
18°25'30'' [18,425°]

4. Convertire in angoli centesimali i seguenti valori sessadecimali:
162° [180 gon]
41,4° [46 gon]
270,9° [301 gon]
35,12° [39,022 gon]

5. Convertire in radianti i seguenti valori sessadecimali:
135,0° [$3\pi/4$ rad = 2,356 rad]
22,5° [$\pi/8$ rad = 0,392 rad]
57,295 [1 rad]
200,535° [3,5 rad]

6. Convertire in gradi sessadecimali i seguenti valori in radianti:
$4\pi/5$ rad [144°]
2 rad [114,591°]
3,49 rad [200°]
6,283 rad [360°]

7. Convertire in gradi centesimali i seguenti valori in radianti:
4 rad [254,647 gon]
$3\pi/4$ rad [150 gon]
3,48 rad [221,543 gon]
5,5 rad [350,140 gon]

8. Convertire in gradi sessadecimali i seguenti valori centesimali:
25 gon [22,5°]
280 gon [252°]
233,333 gon [210°]
122,5 gon [110,25°]

9. Convertire in radianti i seguenti valori centesimali:
20 gon [$\pi/10$ rad = 0,314 rad]
250 gon [$5\pi/4$ rad = 3,926 rad]
381,97 gon [6 rad]
316,66 gon [$19\pi/12$ rad = 4,974 rad]

FUNZIONI GONIOMETRICHE

10. Quale angolo compreso tra 0° e 90° ha lo stesso valore per il seno e per il coseno? [45°]

11. Con un periodo di 360° la funzione seno assume valori compresi entro quale intervallo?
[$-1 \leq$ sen $\alpha \leq 1$]

12. Se $0° \leq \alpha \leq 360°$ per quali angoli si verifica $\cos \alpha = 0$?
[90° e 270°]

13. Qual è la prima relazione fondamentale della goniometria?
[$\text{sen}^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$]

14. Qual è la seconda relazione fondamentale della goniometria?
[$\text{tg}\,\alpha = \text{sen}\,\alpha / \cos \alpha$]

15. Calcolare i valori delle seguenti espressioni:
$2 \text{ sen } 90° + 3 \text{ sen } 180° + 4 \text{ sen } 270°$ [−2]
$3 \cos \pi/2 - 2 \text{ sen } (3/2\,\pi) + 3 \text{ tg } \pi/4$ [5]
$2 \text{ tg } \pi + 2 \text{ cotg } \pi/4 + 2 \text{ sen}^2\, \pi/2$ [4]
$2 \cos 60° + 2 \text{ sen}^2\, 45° + 3 \cos^2 180°$ [5]

16. Calcolare il valore di $\cos \alpha$ sapendo che:
$\text{sen}\,\alpha = 3/5$ e $0° < \alpha < 90°$ [4/5]
$\text{sen}^2 \alpha = 3/4$ e $0° < \alpha < 90°$ [1/2]

17. Calcolare il valore di $\text{sen}\,\alpha$ sapendo che:
$\cos \alpha = -2/3$ e $180° < \alpha < 270°$ [$-\sqrt{5}/3$]
$\cos^2 \alpha = 1/4$ e $0° < \alpha < 90°$ [$\sqrt{3}/2$]

18. Calcolare il valore di $\text{tg}\,\alpha$ sapendo che:
$\text{sen}\,\alpha = -15/17$ e $180° < \alpha < 270°$ [15/8]
$\cos \alpha = -8/17$ e $90° < \alpha < 180°$ [−15/8]

FUNZIONI GONIOMETRICHE INVERSE

19. Calcolare i valori delle seguenti espressioni:
$\text{arcsen } 1/2 + \text{arctg } (1/\sqrt{3}) - \arccos (\sqrt{3}/2)$ [30°]
$\arccos (-1) - \text{arcsen } 1/2$ [150°]
$\arccos (\sqrt{2}/2) + \text{arcsen } (\sqrt{3}/2)$ [105°]
$\pi - \text{arctg } (-1)$ [$\pi/4$]

FUNZIONI GONIOMETRICHE DI ANGOLI ASSOCIATI

20. Se α e β sono complementari (cioè $\alpha + \beta = 90°$) e $\text{sen}\,\alpha = 3/4$, che valore avrà $\cos \beta$? [3/4]

21. Se $\beta = 90° + \alpha$ e si sa che $\text{tg}\,\alpha = 6$, che valore ha $\text{cotg}\,\beta$? [−6]

22. Se α e β sono supplementari (cioè $\beta = 180° - \alpha$) e $\cos \alpha = 0{,}25$, che valore avrà $\cos \beta$? [−0,25]

23. Se $\beta = 270° + \alpha$ e si sa che $\text{cotg}\,\alpha = -10$, che valore ha $\text{tg}\,\beta$? [10]

FORMULE GONIOMETRICHE

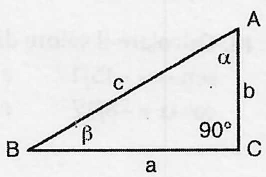
24. Mediante le formule di addizione trovare il valore di:
sen 75° (osservando che 75° = 30° + 45°) $\left[\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right]$
cos 105°(osservando che 105° = 45° + 60°) $\left[\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}\right]$

25. Mediante le formule di sottrazione trovare il valore di:
cos 15° (osservando che 15° = 45° – 30°) $\left[\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}\right]$
tg 15° (osservando che 15° = 45° – 30°) $\left[\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}\right]$

26. Mediante le formule di duplicazione trovare il valore di cos 2α:
cos α = 3/4 con 0° < α < 90° [1/8]
sen α = 1/4 con 0° < α < 90° [7/8]

27. Mediante le formule di bisezione trovare il valore di cos α/2:
cos α = 1/2 con 0° < α < 90° $\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right]$
sen α = – 1 $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right]$

TRIANGOLI RETTANGOLI



28. Trovare gli elementi incogniti di ABC sulla base di quelli noti:
c = 20 β = 30° [α = 60°; b = 10; a = $10\sqrt{3}$]
b = 10 c = $10\sqrt{2}$ [a = 10; β = α = 45°]
b = 13 β = 30° [α = 60°; a = $13\sqrt{3}$; c = 26]

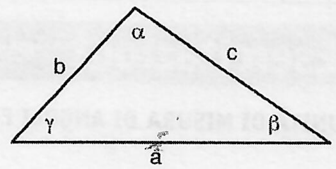
29. In un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in C, sono dati l'ipotenusa c = 250 m e l'angolo β = 39°; determinare il perimetro. [601,61 m]

30. In un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in C, sono dati l'ipotenusa c = 41 m e l'angolo α = 64,35°; determinare l'area. [327,95 m^2]

31. In un triangolo rettangolo ABC, rettangolo in C, sono dati il cateto b = 88,75 m e l'angolo α = 32,78°; determinare le lunghezze delle proiezioni (p e q) dei cateti sull'ipotenusa. [p = 74,61 m; q = 30,94 m]

32. In un triangolo isoscele ABC sono noti la base BC = 20 cm e gli angoli alla base β = γ = 72°; trovare il perimetro (2p) e l'area (S). [2p = 84,72 cm; S = 307,76 cm^2]

TRIANGOLI SCALENI



33. Tramite il teorema dei seni verificare che gli elementi a = 200, b = 160, α = 78,8° e β = 51,7° sono lati e angoli di un triangolo.

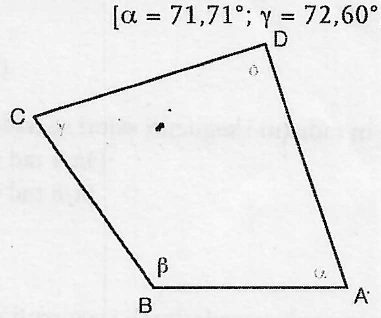
34. Essendo noti a = $4\sqrt{3}$, b = 4 e γ = 30°, determinare mediante il teorema di Carnot gli elementi incogniti del triangolo. [c = 4; α = 120°; β = 30°]

35. Essendo noti a = $\sqrt{3}$, b = 1 e c = 2, determinare mediante il teorema di Carnot gli elementi incogniti del triangolo. [α = 60°; β = 30°; γ = 90°]

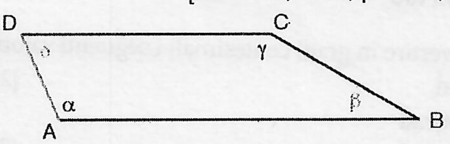
36. Essendo noti a = 2, c = $\sqrt{6}-\sqrt{2}$, α = 75°, determinare mediante il teorema dei seni gli elementi incogniti del triangolo. [b = 2; β = 75°; γ = 30°]

QUADRILATERI

37. Del quadrilatero ABCD sono noti: $\overline{AB}$ = 42,15 m, $\overline{BC}$ = 45,76 m, $\overline{CD}$ = 52,86 m, $\overline{DA}$ = 56,15 e β = 124,60°. Determinare gli elementi incogniti.
[α = 71,71°; γ = 72,60°; δ = 91,09°]



38. Del quadrilatero ABCD sono noti: $\overline{AB}$ = 46,92 m, $\overline{BC}$ = 22,15 m, $\overline{CD}$ = 32,65 m, α = 114° e γ = 150°. Determinare gli elementi incogniti.
[$\overline{AD}$ = 12,11 m; β = 30°; δ = 66°]



39. Del quadrilatero ABCD sono noti: $\overline{AD}$ = 197,14 m, $\overline{CD}$ = 374,65 m, α = 121,50° e β = 81,60°, γ = 68,33°. Determinare gli elementi incogniti.
[δ = 88,57°; $\overline{AB}$ = 273,77 m; $\overline{BC}$ = 359,65 m]