

NUMERI COMPLESSI

1) VERO/FALSO

Motivazione

	V	F	
L'unità immaginaria i è quel numero il cui quadrato è i	V	F	
$3i$ e $-3i$ sono due numeri immaginari opposti	V	F	
Il prodotto di due numeri immaginari è un numero immaginario	V	F	
La somma di due numeri immaginari è un numero reale	V	F	
$i^3 = i$	V	F	
$i^5 = i$	V	F	
$i^{10} = -1$	V	F	
Il quadrato di un numero complesso è un numero reale negativo	V	F	
Il coniugato di $3-2i$ è $-3-2i$	V	F	
Se la somma di due numeri complessi è un numero reale, essi sono coniugati	V	F	

2) Esegui le seguenti operazioni:

A) $(\sqrt{3}i)^2 + (-\sqrt{2}i)(-2\sqrt{2}i) - 6\sqrt{3}i(-\sqrt{3}i) = [-1]$ B) $(\sqrt{3}i + 2i)^2 = [-7-4\sqrt{3}]$

C) $\frac{-3i}{(-2i)^3} \cdot [-5i + (-2)^2 i]^2 = [\frac{3}{8}]$ D) $\frac{i^{25} + 3i^{35}}{2i^{40} + i^{18}} = [-2i]$ E) $\frac{1}{i} = [-i]$

F) $\frac{15}{\sqrt{3} + \sqrt{2}i} = [3(\sqrt{3} - \sqrt{2}i)]$ G) $(2 + 3i)^2 + (3 - 4i)^2 + (2 + 3i)(2 - 3i) = [1-12i]$

H) $\frac{2i}{1-3i} - \frac{2-3i}{3-i} = [-\frac{3}{2} + \frac{9}{10}i]$ I) $(\frac{2-i}{1+i})^2 = [-2\frac{3}{2}i]$

3) Dimostra che il prodotto di un numero complesso z per il suo coniugato \bar{z} è uguale al quadrato del modulo del numero z .

4) Dimostra che la somma di un numero complesso per il suo coniugato è un numero reale.

5) Sia $z = -1 + i$ e sia \bar{z} il numero complesso coniugato di z . Determinare moduli e argomenti di z e \bar{z} ; verificare che $|z| = |\bar{z}|$ e che gli argomenti di z e \bar{z} sono tra loro opposti. Fai il grafico.

6) Risolvi le seguenti equazioni di secondo grado nell'insieme dei numeri complessi:

A) $x^2 - 4x + 5 = 0$ B) $x^2 + 2x + 10 = 0$ $[2 \pm i; -1 \pm 3i]$

C) $z^3 - 3z^2 + 9z = 0$ D) $\frac{3}{2} + \frac{5}{4-x} = \frac{4}{x-4} + \frac{3(4x+25)}{2(4x-x^2)}$

7) Scrivere le equazioni di secondo grado aventi per soluzione le seguenti coppie di numeri (ricorda come si scompone un trinomio di secondo grado):

$1 \pm 5i; \quad 2 \pm 3i$

8) Scrivere in forma trigonometrica i seguenti numeri complessi:

$i \quad -2i \quad -\sqrt{2} \quad -2 + 2i \quad -\sqrt{3} + i \quad \sqrt{2} - \sqrt{2}i$

9) Applicando la formula di De Moivre, calcolare le seguenti potenze e poi riscrivi le potenze in forma algebrica: $(1 + i)^3$ $(\sqrt{3} + i)^4$

10) Risolvi l'equazione con $x \in \mathbb{C}$, $x^6 - 1 = 0$. Rappresenta graficamente le soluzioni sul piano di Gauss.

11) Calcola le seguenti radici e rappresentale nel piano di Gauss.

$\sqrt[4]{-1} \quad \sqrt[6]{1} \quad \sqrt[8]{16} \quad \sqrt{1 - \sqrt{3}i}$

12) In un triangolo rettangolo ABC l'ipotenusa è lunga 60 cm e gli angoli acuti hanno la caratteristica che uno è cinque volte l'altro. Risolvi il triangolo, cioè trova tutti gli angoli e tutti i lati. Sai trovare la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa? Fai il disegno.