

Sistemi di equazioni di secondo grado in due incognite

Ricordiamo:

- a) il grado di un sistema è dato dal prodotto dei gradi delle equazioni che lo compongono; un sistema di secondo grado è quindi composto da una equazione di 1° e da una di 2° grado;
- b) il grado del sistema indica il numero delle possibili soluzioni (coppie di valori di x e y) del sistema stesso;
- c) un sistema è indeterminato se ha un numero infinito di soluzioni, è impossibile se non ha soluzioni.

Per la sua soluzione si può sempre usare il metodo di sostituzione, ricavando però l'incognita da sostituire sempre nell'equazione di primo grado e sostituendola, di conseguenza, in quella di secondo grado.

ESEMPIO:

$$\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

ricavo la y nella seconda equazione (perché di 1° grado)

$$\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11 \\ -y = -2x + 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11 \\ y = 2x - 4 \end{cases}$$

sostituisco il valore nella prima equazione (di 2° grado) bloccando l'altra

$$\begin{cases} x^2 + x \cdot (2x - 4) - (2x - 4)^2 = 11 \\ * \end{cases}$$

eseguo i calcoli ottenendo, così, una equazione di 2° grado a una incognita

$$\begin{cases} x^2 + 2x^2 - 4x - (4x^2 + 16 - 16x) = 11 \\ * \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + 2x^2 - 4x - 4x^2 - 16 + 16x - 11 = 0 \\ * \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} -x^2 + 12x - 27 = 0 \\ * \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 - 12x + 27 = 0 \\ * \end{cases}$$

risolvo l'equazione di 2° grado

$$\begin{cases} x_{1/2} = \frac{+12 \pm \sqrt{144 - 108}}{2} = \frac{+12 \pm \sqrt{36}}{2} = \frac{+12 \pm 6}{2} \rightarrow x_1 = 3; x_2 = 9 \\ * \end{cases}$$

sostituisco tali valori di x nell'equazione di 1° grado, ottenendo i corrispondenti valori di y

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 2 \cdot (3) - 4 = 6 - 4 = 2 \end{cases} \text{ e } \begin{cases} x_2 = 9 \\ y_2 = 2 \cdot (9) - 4 = 18 - 4 = 14 \end{cases}$$

Le coppie di valori $\begin{cases} x_1 = 3 \\ y_1 = 2 \end{cases}$ e $\begin{cases} x_2 = 9 \\ y_2 = 14 \end{cases}$ sono le soluzioni del mio sistema.

ESERCIZI

$$1) \begin{cases} 3x + y = 2 \\ x^2 + y^2 - 3x + 1 = 0 \end{cases}$$

$$\left[\begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \right]$$

$$2) \begin{cases} x^2 + 2x - 4y + 4 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$$

$$\left[\begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \end{cases} \right]$$

$$3) \begin{cases} x - y = 7 \\ x^2 + y^2 + 6x + 8y - 11 = 0 \end{cases}$$

$$\left[\begin{cases} x = 3 \\ y = -4 \end{cases}; \begin{cases} x = -3 \\ y = -10 \end{cases} \right]$$

$$4) \begin{cases} 2x - y = 0 \\ x^2 + y^2 - 3xy = 4 \end{cases}$$

[impossibile]

$$5) \begin{cases} (x-5)(x-7) = (2+y)(6-y) \\ \frac{1}{3}x - \frac{y+1}{2} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

$$\left[\begin{cases} x = 10 \\ y = 3 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{46}{13} \\ y = -\frac{17}{13} \end{cases} \right]$$

$$6) \begin{cases} x + y = 8 \\ x^2 - (y^2 + 16) = 16 \end{cases}$$

$$\left[\begin{cases} x = 6 \\ y = 2 \end{cases} \right]$$