Risolvi le seguenti equazioni esponenziali, utilizzando un'incognita ausiliaria (eventualmente)

1) $\left(\sqrt{2}\right)^{x} + \left(\sqrt{2}\right)^{x-1} = 2\left(\sqrt{2}+1\right)$ [3]

2) $26 \cdot 2^{x} = 4 \cdot 5^{x} + 2^{x}$ [2]

3) $21 \cdot 3^{x} - 2^{x+3} = 3^{x+1}$ [-2]

4) $6 \cdot 3^{x} - 3^{2-x} = 15$ $\quad (3^{x} = t)$ [1]

5) $3^{x} - 3^{1-x} = 4$ [0; 1]

6) $\dfrac{2 \cdot (3^{x}+1)}{3^{x}} = \dfrac{3 \cdot (3^{x}+1)}{2 \cdot 3^{x}+1}$ [impossibile]

7) $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{x-1} - \left(\dfrac{5}{2}\right)^{\frac{x-1}{x}} = 0$ [±1]

Risolvi le seguenti disequazioni esponenziali:

8) $5^{x^2-1} > \left(\dfrac{1}{5}\right)^{3x+1}$ [$x < -3 \vee x > 0$]

9) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{x^2-2x} < \dfrac{3}{2}$ [$x \neq 1$]

10) $2^{x} \cdot 3^{x+1} \leq \dfrac{6^{3x}}{2}$ [$x \geq \frac{1}{2}$]

11) $2 \cdot 3^{2x-1} + 9^{x+1} - 3^{2x+1} \leq \dfrac{60}{\sqrt[5]{3}}$ [$x \leq \frac{9}{10}$]

12) $-4^{x} - 3 \cdot 2^{x} > 2^{2x} - 2^{x}$ [impossibile]

13) $(0{,}01)^{x} - 7(0{,}1)^{x} - 30 \geq 0$ [$x \leq -1$]

14) $\dfrac{-6}{2^{x}-2} + \dfrac{9}{2^{x}-1} < 0$ [$x < 0 \vee 1 < x < 2$]

Determina il dominio delle seguenti funzioni, studia il segno e determina gli eventuali zeri:

ESEMPIO SVOLTO:

$$y = \frac{5}{6^x + 5}$$ TRASCENDENTE FRATTA

1) dominio DENOMINATORE $\neq 0$ $\quad 6^x + 5 \neq 0 \quad 6^x \neq -5$ sempre $\forall x \in \mathbb{R}$

$\boxed{D = \mathbb{R}}$

2) segno: $f(x) > 0 \quad \frac{5}{6^x+5} > 0$ $\quad N(x): 5 > 0$ sempre

$D(x): 6^x + 5 > 0$ sempre

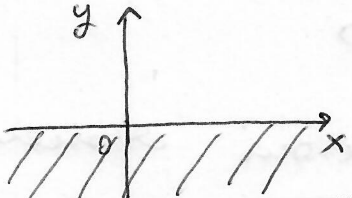
$f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

D + + + + + + +
N + + + + + + +
(+)

3) zeri: $f(x) = 0$

C.E. $\forall x \in \mathbb{R}$

$\cancel{(6^x+5)} \; \frac{5}{\cancel{6^x+5}} = 0 \, \cancel{(6^x+5)} \quad 5 = 0$ impossibile $\Rightarrow$ Non ci sono zeri



1) $y = \frac{2^{3x} + 1}{8 - 2^x}$ $\quad$ [D: $\mathbb{R}$; $\overset{(f(x)>0)}{y > 0}$ $\forall x \in \mathbb{R}$; $y = 0$ IMP. NO ZERI]

2) $y = \sqrt{9^x - 3}$ $\quad$ [D: $x \geq \frac{1}{2}$ $[\frac{1}{2}; +\infty)$; $\overset{(f(x)>0)}{y > 0}$: $x > \frac{1}{2}$; $y = 0$ IMP. NO ZERI]

3) $y = \frac{x - 1}{4^{2x-5} - 1}$ $\quad$ [D: $x \neq \frac{5}{2}$ $(-\infty, \frac{5}{2}) \cup (\frac{5}{2}, +\infty)$; $f(x) > 0$: $x < 1 \vee x > \frac{5}{2}$; $y = 0$: $x = 1$ ZERO della funzione]

4) E' data la funzione $f(x) = a\,4^x + b\,2^x - a + 2b$.

a) Trova a e b in modo che il grafico della funzione passi per i punti $O(0;0)$ e $A(1;6)$ - $[a = 2 \wedge b = 0]$

b) Utilizzando i valori a e b trovati nel punto precedente traccia i grafici di $f(x)$ e di $g(x) = |f(x)| - 2$ e determina i loro punti di intersezione anche algebricamente - $[(-\frac{1}{2}; -1)]$

c) Studia il segno delle due funzioni $[f(x) > 0; x > 0; f(x) = 0: x = 0; g(x) > 0;$