Punti nel piano cartesiano

1. Il segmento AB ha come punto medio M(2;4). Trovare le coordinate di B sapendo che A ha coordinate (4;−3) (coordinate del punto medio M=((x_A+x_B)/2, (y_A+y_B))/2) e da qui il punto medio x_B=2x_M-x_A ed equivalentemente 2y_B=2y_M-y_A)

2. Dati i punti A(7; 6), B(11; 3) e C(1; 5), disegnare con accuratezza sul piano cartesiano:
   - il triangolo ABC
   - l'altezza h relativa al lato AB
   - la mediana m relativa al lato BC

   Nota: usare almeno due quadratini del foglio come unità di misura.

3. Dati i seguenti punti: A(−3; −1); B(−3; 6); C(1; 3)
   - Rappresentarli nel piano cartesiano (usare almeno due quadratini del foglio come unità di misura)
   - Calcolare il perimetro del triangolo con vertici A, B, C
   - Calcolare l'area del triangolo con vertici A, B, C

Soluzione

1. Le coordinate del punto medio sono la media aritmetica delle ascisse (x) e delle ordinate(y):

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

da qui posso ricavare:

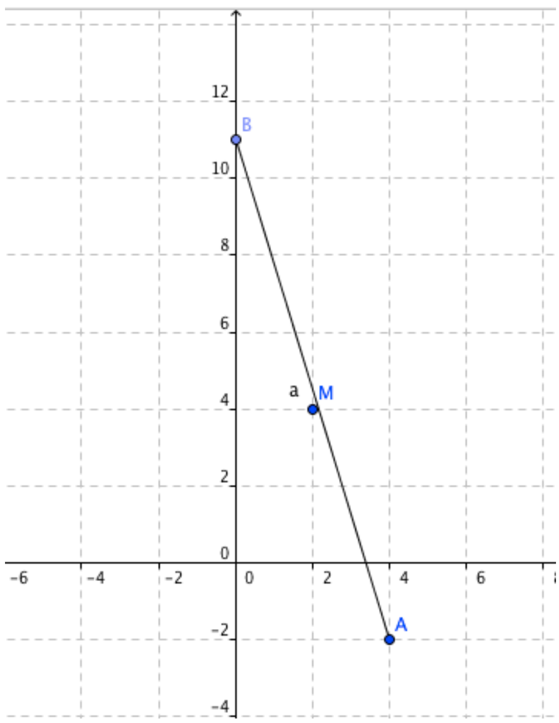
$$x_B = 2x_M - x_A; \qquad y_B = 2y_M - y_A$$

quindi essendo A(4;−3) e il punto medio M(2; 4) sarà:

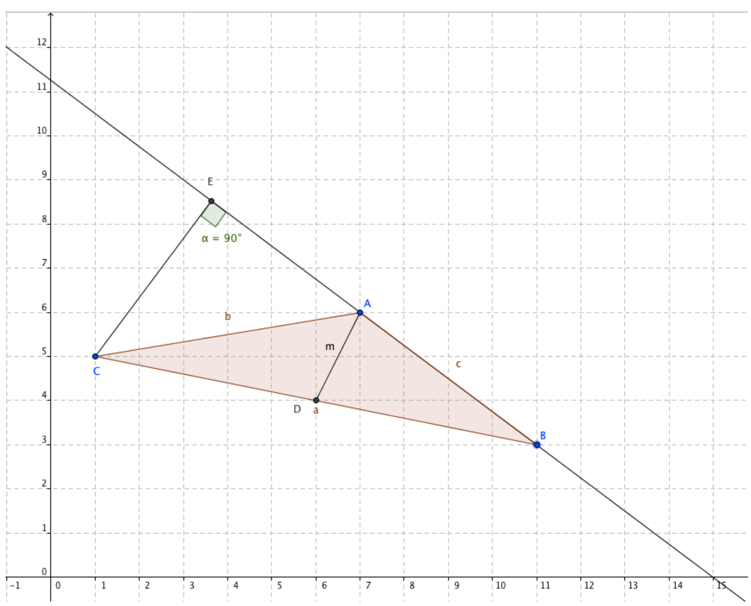
$x_B = 2x_M - x_A = 2 \cdot 2 - 4 = 0$

$y_B = 2y_M - y_A = 2 \cdot 4 - (-3) = 8 + 3 = 11$

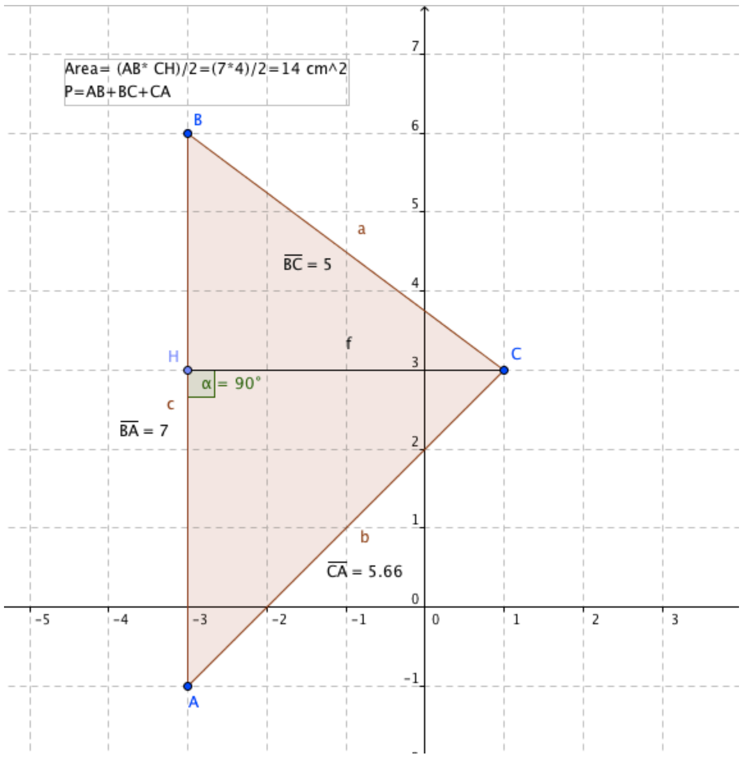
B(0; 11)



2.



3.



N.B. Il triangolo ABC non è rettangolo.

In generale le formule della distanza tra due punti sono:

$\overline{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
distanza tra due punti non allineati

$\overline{AB} = |x_B - x_A|$ distanza tra due punti allineati orizzontalmente

$\overline{AB} = |y_B - y_A|$ distanza tra due punti allineati verticalmente

Quindi:

$\overline{AB} = |y_B - y_A| = |6 - (-1)| = 7$

$\overline{BC} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(-3-1)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$

$\overline{AC} = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2} = \sqrt{(-3-1)^2 + (-1-3)^2} =$
$\sqrt{16+16} = \sqrt{32} = \sqrt{2^5} = 2^2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

$\mathrm{P} = \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{AC}} = 7 + 5 + 4\sqrt{2} = 12 + 4\sqrt{2}$ perimetro

Per determinare l'altezza relativa ad AB, CH, basta considerare che la base AB appartiene alla retta AB parallela all'asse *y* e quindi ha equazione: *x* = -3.
La retta cui appartiene CH, essendo perpendicolare ad AB, è parallela all'asse *x* e passa per il punto C, quindi ha equazione *y* = 3.
Pertanto il punto di incontro delle due rette è H(-3; 3) che si trova ponendo a sistema le due rette AB e CH : H $\begin{cases} x = -3 \\ y = 3 \end{cases}$.

$\overline{CH} = |x_H - x_C| = |-3 - 1| = 4$

Quindi l'area del triangolo ABC è:

$$A = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{CH}}{2} = \frac{7 \cdot 4}{2} = 14$$

Allo stesso risultato si arriva sottraendo dall'area del rettangolo che circoscrive il triangolo ABC di area 7*4=28, l'area dei due triangoli rettangoli di area 4*3/2=6 e 4*4/2=8.

$A = 28 - 6 - 8 = 14.$