CALCOLO COMBINATORIO

"I numeri grandi sono difficili da governare!?!?"

1) le **Permutazioni** sono i possibili ordinamenti di un insieme di **n** oggetti **<u>distinti</u>**

> Le **permutazioni** su n oggetti sono:
> $P_n = n!$

Gli **anagrammi**. Quanti sono i possibili anagrammi, anche privi di significato, della parola "ROMA"? R: $n! = 4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

Gli **anagrammi**. Quanti sono tutti i possibili anagrammi della parola "GATTO"?

R: occorre *togliere* dal computo le permutazioni per le due T $\frac{5!}{2!} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cancel{2}}{\cancel{2}} = 60$

sulla calcolatrice scientifica usare il tasto n! oppure !

l'ordine di arrivo. In quanti modi diversi possono arrivare 8 cavalli in una corsa?

R: $n! = 8! = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 40.320$

I **posti a tavola**. In quanti modi diversi possono sedersi a tavola 6 persone di cui 3 maschi da una lato e 3 femmine dall'altro lato? R: $3! \cdot 3! = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 = 36$

2) le **Disposizioni** sono le possibile scelte dei primi **k** elementi in un insieme di **n** oggetti (l'ordine è rilevante, non sono ammesse ripetizioni)

> Le **disposizioni** di classe k su n oggetti sono:
> $D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1)$

il **podio**. Quanti sono i possibili modi di scegliere i primi tre cavalli in una corsa di 8 partecipanti? R: $\frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdots (n-k+1) = \frac{8!}{(8-3)!} = 8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

sulla calcolatrice scientifica usare il tasto nPr

3) le **Disposizioni con ripetizione** sono le possibili scelte di **k** elementi <u>ordinati</u> (ma con eventuali ripetizioni) in un insieme di **n** oggetti

> Le **disposizioni con ripetizione** di classe k su n oggetti sono:
> $D'_{n,k} = n^k$

Il **Totocalcio**. Quante sono le possibili colonne? (nel totocalcio classico con 3 possibili risultati 1X2 in 13 partite) R: $n^k = 3^{13} = 1.594.323$

Il **PIN**. Quanti sono i possibili PIN numerici (n=10) di k=4 cifre? R: $n^k = 10^4 = 10.000$

Quanti sono i possibili PIN di k=5 cifre? R: $n^k = 10^5 = 100.000$

Le **password**. Quante diverse password di 7 lettere prese in un alfabeto di 21 caratteri si possono scrivere?

R: $n = 21\{a; b; c; ...; z\}; k = 7; \quad n^k = 21^7 = 1.801.088.541$

sulla calcolatrice scientifica usare il tasto $x^{\square}$ oppure y^x oppure ^

4) le **COMBINAZIONI** sono le possibili scelte di **k** elementi in un insieme di **n** oggetti (l'ordine non è rilevante, NON sono ammesse ripetizioni)

> Le **combinazioni** di classe k su n oggetti sono:
> $C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$

Il gioco del LOTTO. In quanti modi diversi si possono estrarre i cinque numeri del lotto (l'ordine di uscita è del tutto irrilevante, non può uscire due volte lo stesso numero)?

R: $n = 90; k = 5; \quad \binom{n}{k} = \binom{90}{5} = \frac{90!}{85! \cdot 5!} = \frac{90 \cdot 89 \cdot 88 \cdot 87 \cdot 86 \cdot \cancel{85!}}{\cancel{85!} \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2} = 43.949.268$

In quanti modi diversi si possono eleggere 2 persone in una classe di 24 persone?

sulla calcolatrice scientifica usare il tasto nCr

R: $n = 24; k = 2; \binom{n}{k} = \binom{24}{2} = \frac{24 \cdot 23 \cdot \cancel{22!}}{\cancel{22!} \cdot 2!} = 276$

Riassunto	Ripetizioni	Ordine è rilevante
Permutaz. e disposiz.	No	**Sì**
Disposizioni con ripetiz.	**Sì**	**Sì**
Combinazioni	No	No
Combinaz.con ripetiz.	**Sì**	No

5) le **Combinazioni con ripetizione** (l'ordine non è rilevante, sono ammesse ripetizioni) sono $C'_{n,k} = \binom{n+k-1}{k}$ ossia è uguale al numero di combinazioni semplici di n+k-1 oggetti. Esempio: in quanti modi diversi posso distribuire n=10 palline indistinguibili in k=4 contenitori contando anche i casi in cui qualche contenitore sia vuoto $C'_{10,4} = \binom{10+4-1}{4} = \binom{13}{4} = 715$